세종대학교

문제편

25문항 · 100분

01 $\tanh 1$의 값을 구하면?

① $\dfrac{1}{e^2+1}$ ② $\dfrac{e^2-1}{e^2+1}$ ③ $\dfrac{e^2}{e^2+1}$

④ $\dfrac{e^2}{e^2-1}$ ⑤ $\dfrac{e^2+1}{e^2-1}$

02 극한 $\lim_{x\to 0+} x\ln x$의 값을 구하면?

① $-\infty$ ② 0 ③ 1

④ e ⑤ ∞

03 세 벡터 $\boldsymbol{a}=(1,-2,3)$, $\boldsymbol{b}=(2,0,1)$, $\boldsymbol{c}=(0,1,2)$에 대하여 $(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}$의 값을 구하면?

① 9 ② 10 ③ 11

④ 12 ⑤ 13

세종대학교

04 선형사상 $L : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$가 $L(1,1) = (4,1)$, $L(1,-1) = (2,2)$를 만족한다. $L(-1,3)$을 구하면?

① $(0,-6)$ ② $(0,-3)$ ③ $(0,0)$

④ $(3,0)$ ⑤ $(6,0)$

05 함수 $f(x,y,z) = x\cos(y+z^2)$의 단위벡터 $\boldsymbol{u} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1,0,-1)$ 방향으로의 방향도함수를 $D_{\boldsymbol{u}}f$라 하자. $D_{\boldsymbol{u}}f(2,-1,1)$의 값을 구하면?

① $\dfrac{1}{5\sqrt{2}}$ ② $\dfrac{1}{4\sqrt{2}}$ ③ $\dfrac{1}{3\sqrt{2}}$

④ $\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$ ⑤ $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

06 아래 정적분의 값을 구하면?

$$\int_1^4 \frac{1}{x+\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x.$$

① $\ln\left(\dfrac{9}{4}\right)$ ② $\ln\left(\dfrac{5}{2}\right)$ ③ $\ln\left(\dfrac{11}{4}\right)$

④ $\ln 3$ ⑤ $\ln\left(\dfrac{13}{4}\right)$

세종대학교

07 곡면 $z = 2x^2 + y^2 - 1$ 위의 점 $(1, 1, 2)$에서의 접평면을 M이라 하자. 점 $(a, 2, 3)$이 M 위에 있을 때, 상수 a의 값을 구하면?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{5}{4}$
④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

08 좌표평면에서 곡선 $y = \arccos x$, 직선 $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$, x축으로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하면?

① $\frac{\sqrt{2}(4-\pi)}{8}$ ② $\frac{\sqrt{2}(4-\pi)}{4}$
③ $\frac{\sqrt{2}(\pi-2)}{8}$ ④ $\frac{\sqrt{2}(\pi-2)}{4}$
⑤ $\frac{\sqrt{2}(\pi-3)}{8}$

09 다음 급수 중 수렴하는 것만을 있는 대로 고르면?

ㄱ. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^3-n+1}$
ㄴ. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$
ㄷ. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$

① ㄱ ② ㄴ
③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

세종대학교

10 극곡선 $r=\theta^2\ (0\le\theta\le 2\pi)$의 길이를 구하면?

① $\frac{8}{3}\left((\pi^2+4)^{\frac{3}{2}}-1\right)$

② $\frac{4}{3}\left((\pi^2+1)^{\frac{3}{2}}-1\right)$

③ $\frac{8}{3}\left((\pi^2+2)^{\frac{3}{2}}-1\right)$

④ $\frac{1}{3}\left((\pi^2+4)^{\frac{3}{2}}-1\right)$

⑤ $\frac{8}{3}\left((\pi^2+1)^{\frac{3}{2}}-1\right)$

11 $n\times n$ 가역행렬 A에 대하여 $\det(2A)=8\det(A^T)$가 성립한다. $n\times n$ 단위행렬 I_n에 대하여 대각합 $\mathrm{Tr}(2I_n)$의 값을 구하면?

① 0 ② 2 ③ 4

④ 6 ⑤ 8

12 함수 $f(x)=x^2\sqrt{1+x^3}$에 대하여 $f^{(11)}(0)$의 값을 구하면?

① $\frac{11!}{16}$ ② $\frac{11!}{17}$ ③ $\frac{11!}{18}$

④ $\frac{11!}{19}$ ⑤ $\frac{11!}{20}$

세종대학교

13 극곡선 $r = 1 + \sin\theta$로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하면?

① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{3\pi}{4}$ ③ π

④ $\frac{5\pi}{4}$ ⑤ $\frac{3\pi}{2}$

14 아래 정적분의 값을 구하면?

$$\int_{\pi}^{5\frac{\pi}{2}} \arcsin(-\sin x)\,\mathrm{d}x.$$

① $-\frac{\pi^2}{4}$ ② $-\frac{\pi^2}{8}$ ③ 0

④ $\frac{\pi^2}{8}$ ⑤ $\frac{\pi^2}{4}$

15 아래 특이적분의 값을 구하면?

$$\int_{0}^{\frac{3}{2}} \frac{x^2}{\sqrt{9-4x^2}}\,\mathrm{d}x.$$

① $\frac{9\pi}{4}$ ② $\frac{9\pi}{8}$ ③ $\frac{9\pi}{16}$

④ $\frac{9\pi}{32}$ ⑤ $\frac{9\pi}{64}$

세종대학교

16 아래 $\mathbb{R}^3$의 행벡터들을 1×3 행렬로 이해하고 $A=\sum_{k=1}^{3} \boldsymbol{v}_k^T \boldsymbol{w}_k$라 하자. 다음 치환행렬 P 중 $PA=LU$가 되는 하삼각행렬 L과 상삼각행렬 U가 존재하지 않는 것은?

$$\begin{aligned} \boldsymbol{v}_1&=(0,1,1), & \boldsymbol{w}_1&=(2,4,8),\\ \boldsymbol{v}_2&=(1,1,0), & \boldsymbol{w}_2&=(0,1,1),\\ \boldsymbol{v}_3&=(0,1,0), & \boldsymbol{w}_3&=(0,0,2). \end{aligned}$$

① $\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}$

④ $\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$

17 곡면 $z=4x^2+y^2$와 평면 $4x+2y-z=1$의 교선을 C라 하자. 점 $(1,1,5)$에서 곡선 C의 곡률을 구하면?

① $\dfrac{\sqrt{21}}{\sqrt{5}}$ ② $\dfrac{\sqrt{21}}{5\sqrt{5}}$ ③ $\dfrac{\sqrt{21}}{10\sqrt{5}}$

④ $\dfrac{\sqrt{21}}{15\sqrt{5}}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{21}}{20\sqrt{5}}$

18 좌표평면에서 곡선 $\sqrt{x}+y=1$ 위의 점 $(1,0)$부터 점 $(0,1)$까지의 경로를 C라 하자. 아래 선적분의 값을 구하면?

$$\int_C (\sinh x+\cosh y)\,\mathrm{d}x.$$

① $3(1-\cosh 1)$ ② $3(1+\cosh 1)$

③ 0 ④ $3(1-\sinh 1)$

⑤ $3(1+\sinh 1)$

세종대학교

19 집합 $X=\{1,2,3,4,5\}$에 속하는 두 자연수 n, m에 대하여 행렬 A를 아래와 같이 정의한다. A^TA가 가역행렬이 되는 순서쌍 $(n,m)\in X\times X$의 개수를 구하면?

$$A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0 & 1\\ 0 & n & 1 & 2\\ 1 & 0 & -1 & 1\\ 1 & 1 & 2 & 5\\ 2 & 0 & 1 & m\end{pmatrix}.$$

① 20 ② 21 ③ 22
④ 23 ⑤ 24

20 아래 이중적분의 값을 구하면?

$$\int_0^2\int_{-\sqrt{2x-x^2}}^0 (x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x.$$

① $\frac{32}{75}$ ② $\frac{64}{75}$ ③ $\frac{128}{75}$
④ $\frac{256}{75}$ ⑤ $\frac{512}{75}$

21 곡면 $z=3\sqrt{x^2+y^2}$와 반구면 $z=\sqrt{10-x^2-y^2}$으로 둘러싸인 입체를 E라 하자. 아래 삼중적분의 값을 구하면?

$$\iiint_E \sqrt{x^2+y^2+z^2}\,\mathrm{d}V.$$

① $5\pi\left(10-\sqrt{10}\right)$
② $10\pi\left(10-\sqrt{10}\right)$
③ $5\pi\left(10-3\sqrt{10}\right)$
④ $10\pi\left(10-3\sqrt{10}\right)$
⑤ $5\pi\left(20-5\sqrt{10}\right)$

세종대학교

22 y축을 중심으로 아래 곡선을 회전시켜 얻는 곡면의 넓이를 구하면?

$$y = \int_1^x \sqrt{\sqrt{t} - 1}\,\mathrm{d}t, \quad 1 \le x \le 16.$$

① $\frac{8\pi}{9}(2^6 - 1)$ ② $\frac{8\pi}{9}(2^7 - 1)$

③ $\frac{8\pi}{9}(2^8 - 1)$ ④ $\frac{8\pi}{9}(2^9 - 1)$

⑤ $\frac{8\pi}{9}(2^{10} - 1)$

23 세 직선 x축, y축, $x + y = 1$로 둘러싸인 삼각형을 D라 하자. C는 D의 경계를 반시계방향으로 도는 경로일 때, 아래 선적분의 값을 구하면?

$$\int_C (y^2 + \sin^3 x)\,\mathrm{d}x + \left(x^3 + \sqrt{y^2 + 1}\right)\mathrm{d}y.$$

① $-\frac{1}{16}$ ② $-\frac{1}{14}$ ③ $-\frac{1}{12}$

④ $-\frac{1}{10}$ ⑤ $-\frac{1}{8}$

24 좌표평면에서 꼭짓점이 $(1,0)$, $(3,0)$, $(0,3)$, $(0,1)$인 사다리꼴을 D라 하자. 아래 이중적분의 값을 구하면?

$$\iint_D \cosh\left(\frac{x-y}{x+y}\right)\mathrm{d}A.$$

① $2(e - e^{-1})$ ② $\frac{7}{4}(e - e^{-1})$

③ $\frac{3}{2}(e - e^{-1})$ ④ $\frac{5}{4}(e - e^{-1})$

⑤ $e - e^{-1}$

세종대학교

25 행벡터 $\boldsymbol{X} = (x_1, ..., x_n) \in \mathbb{R}^n$의 노름과 $m \times n$ 행렬의 노름을 아래처럼 정의한다. 아래 행렬 A와 임의의 직교행렬 U_2, U_3에 대하여 $\|U_2 A U_3\|$의 최댓값을 구하면? (단, $U_n U_n^T = U_n^T U_n = I_n$이고 I_n은 단위행렬이다.)

$$\|\boldsymbol{X}\| = \sqrt{\sum_{k=1}^{n} x_k^2}, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$
$$\|A\| = \max\{\left\|(A\boldsymbol{X}^T)^T\right\| : \boldsymbol{X} \in \mathbb{R}^n, \|\boldsymbol{X}\| \le 1\}.$$

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5