중앙대학교

문제편

30문항 · 60분

01 아래 극한의 값은?

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2-3x+1}{5x+2}\right)^{\frac{1}{2\ln x}}.$$

① e^2 ② e
③ $\sqrt{e}$ ④ 1

02 아래 극한의 값은?

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\left(\sum_{k=1}^{n}k^3\right)\left(\sum_{k=1}^{n}k^5\right)}{\left(\sum_{k=1}^{n}k\right)\left(\sum_{k=1}^{n}k^7\right)}.$$

① 1 ② $\frac{1}{2}$
③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$

03 곡선 $\sin(x+y)=y^2\cos x$ 위의 점 $(0,0)$에서 $\mathrm{d}^2\frac{y}{\mathrm{d}x^2}$의 값은?

① 1 ② 2
③ -1 ④ -2

중앙대학교

04 아래 보기 중 수렴하는 급수의 개수는?

(가) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\sin^3\left(\frac{1}{n}\right)$

(나) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{n\tan^{-1}\left(\frac{1}{n^4}\right)}$

(다) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(n^{\frac{1}{n}}-1\right)^n$

(라) $\displaystyle\sum_{n=10}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{\ln n}$

(마) $\displaystyle\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots$

(바) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\tan\left(\frac{1}{n^3}\right)$

① 3개 ② 4개
③ 5개 ④ 6개

05 두 평면 $x+2y+z=7$, $x-y-z=4$의 교선 위의 점 중 원점에 가장 가까운 점을 (a,b,c)라 할 때, $a+b+c$의 값은?

① $\frac{27}{4}$ ② $\frac{31}{5}$
③ $\frac{35}{6}$ ④ $\frac{39}{7}$

06 $x_1=x_2=1$이고 $x_{n+1}=2x_n+3x_{n-1}$, $n\geq 2$를 만족하는 수열 $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\frac{x_{n+1}}{x_n}$의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$
③ 2 ④ 3

중앙대학교

07 아래 특이적분의 값은?

$$\int_0^\infty x^3 e^{-x}\,\mathrm{d}x.$$

① 3 ② 6
③ $\dfrac{4}{15}e^3$ ④ $\dfrac{5}{16}\sqrt{e}$

08 곡선 $y=x^2-2$와 직선 $y=a$로 둘러싸인 영역의 넓이가, $y=x^2-2$와 x축으로 둘러싸인 영역의 넓이의 8배가 되도록 하는 양수 a의 값은?

① 3 ② 6
③ 8 ④ 10

09 아래 함수 F에 대한 보기 중 옳은 것의 개수는?

$$F(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^3y^2}{x^4+y^4} & (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}.$$

(가) $f(x)=F(x,0)$은 $x=0$에서 연속이다.
(나) $g(y)=F(0,y)$는 $y=0$에서 연속이다.
(다) F는 $(0,0)$에서 연속이다.
(라) F는 $(0,0)$에서 미분가능하다.

① 1개 ② 2개
③ 3개 ④ 4개

중앙대학교

10 평면 $z=\frac{9}{2}+\frac{x}{2}$와 원뿔면 $x^2+y^2=z^2$의 교선에 속하는 점과 원점 사이의 최대거리는?

① $9\sqrt{2}$ ② $7\sqrt{3}$
③ $5\sqrt{5}$ ④ $3\sqrt{7}$

11 네 점 $(0,0)$, $(1,1)$, $(2,-2)$, $(3,-1)$을 꼭짓점으로 하는 사각형의 경계와 내부를 R이라 할 때, 아래 이중적분의 값은?

$$\iint_R (x+y)e^{x-y}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y.$$

① e^4-1 ② e^3-2
③ e^3-3 ④ e^4-4

12 $1\le x\le 3$에서 정의된 아래 함수의 최댓값과 최솟값의 차는?

$$f(x)=2\left(x-\frac{3}{x}\right)^3-15\left(x-\frac{3}{x}\right)^2 +36\left(x-\frac{3}{x}\right)-50.$$

① 126 ② 146
③ 176 ④ 216

중앙대학교

13 아래 보기 중 옳은 것의 개수는?
(가) $f(x,y)=y^4-x^4-2y^2+2x^2$의 극솟값은 -1이다.
(나) 위 함수 f는 $(-1,1)$에서 극댓값을 갖는다.
(다) 원 $x^2+y^2=1$ 위에서 $g(x,y)=x^2+2y^2$의 최댓값은 3이다.
(라) $x-y+z=1$과 $x^2+y^2=1$의 교선에서 $h(x,y,z)=x+2y+3z$의 최댓값은 6이다.
① 1개 ② 2개
③ 3개 ④ 4개

14 극좌표계의 두 곡선 $r=1-\cos\theta$, $r=\cos\theta$의 내부를 각각 R, S라 할 때, $R\cap S$의 넓이는?
① $7\dfrac{\pi}{12}-\sqrt{3}$ ② $7\dfrac{\pi}{12}+\sqrt{3}$
③ $7\dfrac{\pi}{12}-\sqrt{2}$ ④ $7\dfrac{\pi}{12}+\sqrt{2}$

15 xy평면에서 시계반대방향을 갖는 단순 폐곡선 C에 대하여 아래 선적분의 최댓값은?

$$\oint_C [(y^3-9y)\,\mathrm{d}x-x^3\,\mathrm{d}y].$$

① $25\dfrac{\pi}{2}$ ② 9π
③ $27\dfrac{\pi}{2}$ ④ $45\dfrac{\pi}{2}$

중앙대학교

16 아래와 같이 매개화된 곡선 C를 따라 벡터장 $\boldsymbol{F}$의 선적분 $\int_C \boldsymbol{F}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s}$의 값은?

$$C : x = e^{t^2} - e, \quad y = \sin\left(\frac{\pi}{t^2+2}\right), \quad 0 \le t \le 1.$$
$$\boldsymbol{F}(x,y) = \left(3x^2\cos\left(\frac{\pi y}{4}\right), -\frac{\pi}{4}x^3\sin\left(\frac{\pi y}{4}\right)\right).$$

① $\frac{\sqrt{2}}{2}(e-1)^3$
② $\sqrt{2}(e-1)^3$
③ $\frac{\sqrt{2}}{2}(e-1)^2$
④ $\sqrt{2}(e-1)^2$

17 아래 반구면 S에서 벡터장 $\boldsymbol{F}$의 곡면적분 $\iint_S \boldsymbol{F}\cdot \boldsymbol{n}\,\mathrm{d}S$의 값은? (단, $\boldsymbol{n}$은 반구의 바깥쪽을 향하는 단위 법선벡터이다.)

$$S = \{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 = 1, z \ge 0\},$$
$$\boldsymbol{F} = \left(ye^{z^2}\sin z, xe^{z^2}\cos z, 4x^2+z\right).$$

① 0
② $2\frac{\pi}{3}$
③ $5\frac{\pi}{3}$
④ 2π

18 아래 함수 φ에 대하여 $\varphi(2)$의 값은?

$$\varphi(\alpha) = 2\int_0^\infty xe^{-x^4}\cos(\alpha x^2)\,\mathrm{d}x.$$

① $\frac{\sqrt{\pi}}{e}$
② $\frac{2\sqrt{\pi}}{3e}$
③ $\frac{\sqrt{\pi}}{3e}$
④ $\frac{\sqrt{\pi}}{2e}$

중앙대학교

19 아래 극한의 값은?

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{10e^{2k}}{e^{2k}-\frac{1}{2}}.$$

① 10 ② 5
③ e^{10} ④ e^{5}

20 아래 행렬식 방정식의 서로 다른 실근을 모두 더하면?

$$\det\begin{pmatrix} x & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & x & 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & x & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & x & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = 0.$$

① 14 ② 15
③ 16 ④ 17

21 $P_2(\mathbb{R}) = \{a+bx+cx^2 : a,b,c \in \mathbb{R}\}$이다. 선형사상 $T : P_2(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^3$를 아래와 같이 정의한다. 순서기저 $\{1, x, x^2\}$와 $\mathbb{R}^3$의 표준기저에 관한 T의 표현행렬을 (a_{ij})라 할 때, $\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} a_{ij}$의 값은?

$$T(p(x)) = \left(p'(0), p''(1), \int_0^1 p(x)\,\mathrm{d}x\right).$$

① $\frac{19}{6}$ ② $\frac{23}{6}$
③ $\frac{25}{6}$ ④ $\frac{29}{6}$

중앙대학교

22 선형사상 $T : (x, y, z) \mapsto (5x + 4y + 3z, -x - 3z, x - 2y + z)$의 조르당 형식으로 주어진 3×3 행렬의 성분을 (a_{ij})라 할 때, $\sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} a_{ij}$의 값은?

① 3
② 5
③ 6
④ 7

23 아래 행렬 A에 대하여 $\mathrm{tr}(A^{2018})$의 값은? (단, $\mathrm{tr}(B)$는 정방행렬 B의 대각합이다.)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

① $2^{2018} + 1$
② $-2^{2018} + 1$
③ $2^{2019} + 1$
④ $-2^{2019} + 1$

24 선형사상 $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$에 대해 모든 v가 $T^4(v) = 0$을 만족하고, $T^3(e) \neq 0$인 벡터 e가 존재한다. 순서기저 $\{e, T(e), T^2(e), T^3(e)\}$로 표현한 행렬의 성분을 (a_{ij})라 할 때, $\sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{4} a_{ij}$의 값은? (단, T^k는 T를 k번 합성한 사상이다.)

① 3
② 4
③ 5
④ 6

중앙대학교

25 $\mathbb{R}^3$의 평면 W가 두 벡터 $(1,1,2)$, $(1,2,3)$의 일차결합으로 생성된다. 벡터 $\boldsymbol{b}=(1,3,-2)$를 W로 내린 정사영을 $\mathrm{proj}_W \boldsymbol{b}=(p_1,p_2,p_3)$라 할 때, $p_1+p_2+p_3$의 값은?

① -2 ② 0
③ 3 ④ 5

26 아래 행렬 A에 대하여 행렬지수함수 e^A의 행렬식은?

$$A=\begin{pmatrix}1&2&6&9\\0&3&0&0\\0&4&7&0\\0&5&8&10\end{pmatrix},$$

$$e^A=\lim_{n\to\infty}\left[I+A+\frac{1}{2!}A^2+\cdots+\frac{1}{n!}A^n\right].$$

① 21 ② 210
③ e^{21} ④ e^{210}

27 선형사상 $T:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$는 평면 $2x+3y-z=0$ 위의 모든 점을 $(0,0,0)$으로 옮기고, $T(1,-1,0)=(2,3,7)$을 만족한다. $T(1,0,0)=(a,b,c)$라 할 때, $a+b+c$의 값은?

① -12 ② -24
③ 12 ④ 24

중앙대학교

28 차수가 5 이하인 실수계수 다항식의 벡터공간 $P_5(\mathbb{R})$에서 아래 세 부분공간의 차원의 합은?

$$U = \{p(x) \in P_5(\mathbb{R}) : p(0) = 0\},$$
$$V = \{p(x) \in P_5(\mathbb{R}) : p(-x) = p(x)\},$$
$$W = \{p(x) \in P_5(\mathbb{R}) : p'(x) = 0\}.$$

① 5 ② 7
③ 9 ④ 11

29 선형사상 $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$는 직선 $x = -y = z$를 중심으로 $120°$ 회전하는 사상이다. $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$라 할 때, $a + 2b + 3c$의 값은?

① -7 ② -5
③ 5 ④ 7

30 아래 일차연립방정식의 해가 존재하도록 하는 상수 c의 값은?

$$\begin{cases} 2x - y + z + w = 1 \\ x + 2y - z + 4w = 2 \\ x + 7y - 4z + 11w = c \end{cases}.$$

① -7 ② -5
③ 5 ④ 없다