홍익대학교

문제편

15문항

원문 수학 영역 26–40번의 15문항을 교재 1–15번으로 정리했습니다. 10번(원문 35번)은 기존 해설과 다른 우변의 세제곱 항 부호를 별표로 정정했습니다.

01 행렬

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

의 역행렬을 $B = (b_{ij})$라 할 때 b_{32}를 구하시오.

① -1 ② 1

③ -6 ④ 6

02 다음 극방정식의 그래프 모양을 잘못 나타낸 것을 고르시오.

① $r = \theta,\ \theta > 0$: 나선형

② $r = \sin(4\theta)$: 8개 잎의 꽃 모양

③ $r = 4\sin\theta$: 원점을 지나는 원(반지름 2)

④ $r = \sec\theta$: 수평선

03 극한값을 구하시오.

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{n}{n^2 + k^2}.$$

① 0 ② $\dfrac{\pi}{4}$

③ $\dfrac{\pi}{2}$ ④ ∞

홍익대학교

04 다음 거듭제곱급수 중 수렴반경이 가장 작은 것을 고르시오.

① $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n} x^n$

② $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!} x^n$

③ $\sum_{n=1}^{\infty} x^{2n}$

④ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} x^n$

05 $f(x) = 2x^2\sqrt{1+x^3}$일 때 $f^{(17)}(0)$의 값을 구하시오.

① $\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \ldots 31}{2^{16}}$

② $\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \ldots 31}{2^{16} \cdot 17!}$

③ $\frac{7}{2^7}$

④ $\frac{7 \cdot 17!}{2^7}$

06 원점을 중심으로 반지름이 1인 원을 점 $(1,0)$에서 시작해 반시계방향으로 한 바퀴 도는 경로를 C라 하자. 다음 벡터장을 C를 따라 선적분한 값이 0이 아닌 것을 고르시오.

① $\langle 2xy, x^2 \rangle$

② $\langle -e^{-x}y^2, 2e^{-x}y \rangle$

③ $\langle e^x \sin y, e^x \cos y \rangle$

④ $\langle -2x^2y, 2xy^2 \rangle$

홍익대학교

07 미분 가능한 함수 f, g가 $f(1)=3$, $f'(1)=4$, $(g\circ f)'(1)=8$을 만족할 때 알 수 있는 사실을 고르시오.

① $g'(3)=2$ ② $g'(1)=8$

③ $g'(1)=2$ ④ $g'(1)=3$

08 영벡터가 아닌 두 3차원 벡터 a, b에 대해 b와 수직이 아닐 수 있는 것을 고르시오. 단, $\mathrm{proj}_a b$는 a 위로 내린 b의 사영벡터이다.

① $a\times b$ ② $b-\mathrm{proj}_a b$

③ $(a-2b)\times(b-2a)$ ④ $(b\cdot b)a-(a\cdot b)b$

09 자율 미분방정식

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=(y-1)(y-2)(y-3)$$

의 안정적 임계점(stable equilibrium)을 찾으시오.

① 1 ② 2

③ 3 ④ 존재하지 않는다.

홍익대학교

10* 다음 보기 (a)–(d) 중 미분방정식

$$y^{(4)} + 3y'' - 4y = -4x^3 + 18x$$

의 해가 되는 것은 몇 개인가?

(a) $x^3 + 2\cosh x - \sin(2x)$

(b) $x^3 + \cos(2x)$

(c) $x^3 - \sinh(2x)$

(d) $x^3 + 3e^x$

① 1개 ② 2개

③ 3개 ④ 4개

11 윗면 $x^2 + y^2 + z^2 = z$와 아랫면 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 사이 영역의 부피를 바르게 표시한 적분은?

① $\displaystyle\int_0^{2\pi}\int_0^{\frac{1}{2}}\int_r^{r^2} r\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\theta$

② $\displaystyle\int_0^{2\pi}\int_0^{\frac{1}{2}}\int_r^{\sqrt{1-r^2}} r\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\theta$

③ $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}\int_0^{2\pi}\int_0^{1} \rho^2\sin\varphi\,\mathrm{d}\rho\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\varphi$

④ $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}\int_0^{2\pi}\int_0^{\cos\varphi} \rho^2\sin\varphi\,\mathrm{d}\rho\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\varphi$

12 호그와트 마법학교의 총인원은 600명이다. 개학일에 학생 중 1명이 가벼운 감기에 감염되어 입교했다. 감염자 수 $x = x(t)$의 증가속도가 감염자 수와 비감염자 수의 곱에 비례한다고 모델링할 때, $x(t)$가 만족하지 않는 식을 고르시오. 개학일은 $t = 0$이다.

① $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = kx(600 - x),\ x(0) = 1$

② $\dfrac{x}{600 - x} = 599e^{600kt}$

③ $x = \dfrac{600}{1 + 599e^{-600kt}}$

④ $\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = k^2x(600 - x)(600 - 2x)$

홍익대학교

13 두 곡면 $x^4+y^4+z^4=18$, $x^3+2y^3+z^3=18$이 점 (a,b,c)에서 접할 때 $a+b+c$의 값을 구하시오.

① -4 ② 0

③ 4 ④ 6

14 벡터장 $F=\langle z,y,x\rangle$의 단위 구면 바깥 방향 유량(flux)과 같지 않은 것을 고르시오. B는 단위 구체, S는 단위 구면, D는 xy 평면에서의 단위원 영역이다.

① $\displaystyle\iiint_B 1\,\mathrm{d}V$

② $\displaystyle\iint_S (2xz+y^2)\,\mathrm{d}S$

③ $\displaystyle\iint_D \left(2x+\frac{y^2}{\sqrt{1-x^2-y^2}}\right)\mathrm{d}A$

④ $\iint_S F\cdot n\,\mathrm{d}S$ (n은 단위 구면의 바깥 방향 단위벡터)

15 다음 중 $0<x<\pi$에서 $f(x)=x$와 같지 않은 것을 고르시오.

① $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2(-1)^{n+1}}{n}\sin(nx)$

② $\displaystyle\frac{\pi}{2}+\frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n-1}{n^2}\cos(nx)$

③ $\displaystyle\frac{\pi}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{(-1)^n-1}{n^2\pi}\cos(nx)+\frac{(-1)^{n+1}}{n}\sin(nx)\right)$

④ $\displaystyle\frac{\pi}{2}-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(2nx)}{n}$