광운대학교

문제편

30문항

별표 4번은 함수 지수의 문자, 25번은 선형변환의 공역을 식·보기 및 기존 해설에 맞게 편집 보완했습니다. 7번의 정답을 재계산했으며 원문 보기와 차이는 해설에 설명했습니다.

01 다음 함수 중 $x=0$에서 미분가능한 것을 모두 고르시오. $\mathbb{Q}$는 유리수의 집합이다.

(a) $f(x)=\sqrt[3]{x}$

(b) $g(x)=x|x|$

(c) $h(x)=\begin{cases} x & x\in\mathbb{Q} \\ 0 & x\notin\mathbb{Q} \end{cases}$

(d) $k(x)=\begin{cases} x\cos\frac{1}{x} & x\neq 0 \\ 0 & x=0 \end{cases}$

① (a)
② (b)
③ (a), (b)
④ (a), (c)
⑤ (b), (d)

02 $a>1$일 때 다음 함수의 성질로 옳은 것을 고르시오.

$$f(x)=\log_a(\log_{a^2}x)-\log_{a^2}(\log_a x).$$

① 증가함수이다.
② 감소함수이다.
③ 극솟값만 갖는다.
④ 극댓값만 갖는다.
⑤ 정의역은 $x>a$이다.

03 방정식 $x^4+y^4=2$가 점 $(1,1)$ 근방에서 y를 x의 함수로 정의한다. 그 점에서 y''을 구하시오.

① -13
② -11
③ -6
④ 0
⑤ 3

광운대학교

04* 양의 실수 m에 대해

$$f(x)=\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^m, \quad f'(x)=ax^b(1+x)^c(1-x)^d$$

이다. 실수 a, b, c, d의 합을 구하시오.

① 0
② $-2m-2$
③ $-2m-1$
④ $2m-2$
⑤ $4m$

05 극곡선 $r=1+2\sin\theta$의 점 $(r,\theta)=\left(2,\frac{\pi}{6}\right)$에서 직교좌표로 나타낸 접선 방정식을 고르시오.

① $y=3\sqrt{3}x-8$
② $y=3\sqrt{3}x+\frac{\pi}{6}-9$
③ $y=\frac{\sqrt{3}}{4}x-\frac{5}{2}$
④ $y=\frac{3\sqrt{3}}{2}x-\frac{7}{2}$
⑤ $y=\frac{3\sqrt{3}}{2}x+\frac{\pi}{6}-3\sqrt{3}$

06 구간 $[1, 1.1]$에서 $f(x)=\sqrt{1+x^2}$를 $x=1$의 선형근사로 계산한다. 테일러 정리로 얻는 근삿값의 오차 한계를 고르시오.

① $\frac{\sqrt{2}}{1600}$
② $\frac{1}{1200}$
③ $\frac{\sqrt{2}}{1000}$
④ $\frac{1}{900}$
⑤ $\frac{\sqrt{2}}{800}$

광운대학교

07 열린 구간 $(0,1)$에서 다음 방정식의 실근이 적어도 하나 존재하게 하는 자연수 k의 최솟값과 최댓값의 합을 구하시오.

$$\sum_{n=0}^{2021} \cos\frac{n\pi x}{2} - k = 0.$$

① 2019 ② 2020
③ 2021 ④ 2022
⑤ 2023

08 다음 함수의 도함수가 모든 실수에서 연속이 되게 하는 최소 자연수 n을 구하시오.

$$f(x) = \begin{cases} x^n \sin\frac{1}{x^{2021}} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}.$$

① 2019 ② 2020
③ 2021 ④ 2022
⑤ 2023

09 $a > 0$일 때 곡선 $\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} = \sqrt[3]{a^2}$ 전체의 길이를 구하시오.

① a ② $\frac{2}{3}a$
③ $4a$ ④ $6a$
⑤ $12a$

광운대학교

10 $|x| < 1$에서 정의된 함수 $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$이 최솟값을 갖는 x를 구하시오.

① $1 - \sqrt{2}$ ② $-1 + \sqrt{2}$

③ 0 ④ $2 - \sqrt{3}$

⑤ $-2 + \sqrt{3}$

11 $f(x) = e^{-x} \sin x + x \cos x$일 때 $f^{(5)}(0)$을 구하시오.

① 0 ② 1

③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{24}$

⑤ $\frac{1}{120}$

12 두 함수가 $f'(x) = -g(x)$, $g'(x) = -f(x)$, $f(0) = 3$, $g(0) = 1$을 만족한다. $f(\ln 2)g(\ln 2)$를 구하시오.

① -3 ② 1

③ 3 ④ $2e^{-1} + e$

⑤ $4e^{-2} - e^2$

광운대학교

13 $a > 0$인 매개곡선 $x = a(\theta - \sin\theta)$, $y = a(1 - \cos\theta)$에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르시오.

(a) $\theta = \frac{\pi}{3}$에서 $\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{3}}{3}$이다.

(b) $\theta = \frac{\pi}{3}$에서 곡률은 $\frac{1}{2a}$이다.

(c) $\theta = \frac{\pi}{2}$에 대응하는 점의 접선은 $y = x + a(2 - \frac{\pi}{2})$이다.

(d) $\theta = 0$부터 $\frac{\pi}{2}$까지의 길이는 $2a$이다.

① (a), (b) ② (a), (c)

③ (b), (c) ④ (c), (d)

⑤ (b), (c), (d)

14 다음 멱급수 중 수렴반지름이 가장 작은 것을 고르시오.

① $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n}$

② $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{\sqrt{n}} x^n$

③ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2} x^n$

④ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \tan\left(\frac{1}{n}\right) x^n$

⑤ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} (x-1)^n$

15 함수 f가 다음 식을 만족한다. $f(e)$를 구하시오.

$$\int_1^x (t+1)e^t \ln t \, dt = e^x f(x) + e.$$

① $e + 2$ ② $e + 1$

③ e ④ $e - 1$

⑤ $e - 2$

광운대학교

16 아래 조건을 만족하는 두 자연수 a, b의 곱을 구하시오.

(a) a는 $\lim_{t\to\infty} t^2 \int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{x^3+t^a} = 0$을 만족하는 최소 자연수이다.

(b) b는 $\int_0^1 \sqrt{1-x^4}\,\mathrm{d}x \le b\int_0^1 \sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}x$를 만족하는 최소 자연수이다.

① 4 ② 5

③ 6 ④ 8

⑤ 12

17 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$의 n계 도함수가

$$f^{(n)}(x) = \frac{a_n + b_n \ln x}{x^{n+1}}$$

일 때 $a_{n+1} + b_{n+1} + (n+1)(a_n + b_n)$을 구하시오. a_n, b_n은 실수이다.

① $n!$ ② $(-1)^n n!$

③ 1 ④ $(n+1)!$

⑤ $(-1)^{n+1}(n+1)!$

18 다음 급수 중 수렴하는 것을 모두 고르시오.

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{1+n^2}$

(b) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$

(c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$

① (c) ② (a), (b)

③ (a), (c) ④ (b), (c)

⑤ (a), (b), (c)

광운대학교

19 곡면 $3x^2+2y^2-6z=0$과 평면 $2x+2y-z-6=0$ 사이의 최단거리를 구하시오.

① 1 ② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$

⑤ $\frac{1}{5}$

20 세 직선 $x=0$, $y=0$, $y=-x+6$으로 둘러싸인 영역에서 $f(x,y)=3+4x+2y-x^2-y^2$의 최댓값과 최솟값의 차를 구하시오.

① 12 ② 16

③ 17 ④ 28

⑤ 29

21 다음 함수에 대한 설명 중 옳은 것을 고르시오.

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{xy(x^2-y^2)}{x^2+y^2} & (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}.$$

① 원점에서 불연속이다.

② 원점에서 미분불가능하다.

③ $f_x(0,y)=y$

④ $f_y(x,0)=x$

⑤ $f_{xy}(0,0)=f_{yx}(0,0)$

광운대학교

22 다음 진술 중 옳은 것의 개수를 구하시오. 역함수는 표준 주값을 사용한다.

(a) $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\operatorname{arcsec} x = \dfrac{1}{x\sqrt{x^2+1}}$

(b) $\arcsin x + \arccos x = \pi$

(c) $\arctan\left(\dfrac{1}{2}\right) + \arctan\left(-\dfrac{1}{3}\right) = \arctan\left(\dfrac{1}{6}\right)$

(d) $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{\operatorname{arsinh} h}{h} = 0$

① 0개 ② 1개
③ 2개 ④ 3개
⑤ 4개

23 $n > 2$일 때 $f(x,y) = n(n-1)(y-x)^{n-2}$이다. 다음 이중적분을 구하시오.

$$\iint_{\Omega} (x+y) f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y, \quad \Omega = \{(x,y) |\ 0 \le x \le y \le 1\}.$$

① $\dfrac{1}{n+1}$ ② $\dfrac{1}{n-1}$
③ $\dfrac{1}{n(n-1)}$ ④ 1
⑤ $n(n-1)$

24 다음 극한을 구하시오.

$$\lim_{n\to\infty}\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{1+x^n}.$$

① 0 ② 1
③ e ④ $\dfrac{1}{e}$
⑤ e^2

광운대학교

25* 선형변환 $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$가 $T(1,1,1) = 3$, $T(-2,1,0) = 1$, $T(1,0,0) = -2$를 만족한다. $T(1,2,2)$를 구하시오.

① -6
② -2
③ 2
④ 4
⑤ 8

26 $f(x) = \frac{(x-e^x)x}{e^{2x}}$가 $x = \alpha$에서 최솟값을 갖는다. $\int_0^\alpha f(x)e^x \, dx$를 구하시오.

① $1 - \frac{5}{e}$
② $\frac{3}{2} - \frac{5}{e}$
③ 1
④ $\frac{5}{e} - \frac{3}{2}$
⑤ $\frac{5}{e} - 1$

27 다음 행렬의 역행렬에 대한 행렬식 $\det(A^{-1})$을 구하시오.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 1 \\ -3 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

① $\frac{1}{48}$
② $\frac{1}{24}$
③ $\frac{1}{8}$
④ -24
⑤ -48

광운대학교

28 실수 행렬 A가 $A^3 = M$을 만족한다. A의 모든 성분의 합을 구하시오.

$$M = \begin{pmatrix} 8 & 24 & 0 \\ 0 & 8 & 12 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

① 6 ② 8
③ 10 ④ 12
⑤ 24

29 $a, b > 0$이고

$$\Omega = \left\{ (x, y) \middle| \sqrt{\frac{x}{a}} + \sqrt{\frac{y}{b}} \le 1, \quad x \ge 0, \quad y \ge 0 \right\}$$

이다. $\iint_\Omega x \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y$를 구하시오.

① $\dfrac{a^2 b}{30}$ ② $\dfrac{ab^2}{30}$
③ $\dfrac{a^2 b}{20}$ ④ $\dfrac{ab^2}{20}$
⑤ $\dfrac{ab}{10}$

30 단위구 $Q = \{(x, y, z) | \ x^2 + y^2 + z^2 \le 1\}$에서 다음 삼중적분을 구하시오.

$$\iiint_Q (2x^2 + 4y^2 + 3z^2) \, \mathrm{d}V.$$

① $\dfrac{\pi}{5}$ ② $\dfrac{8\pi}{5}$
③ 2π ④ $\dfrac{12\pi}{5}$
⑤ $\dfrac{14\pi}{5}$