인하대학교

문제편

30문항

원문 배점: 1~15번 1점, 16~25번 1.5점, 26~30번 2점. 문제 조건과 선택지의 값·순서를 대조했습니다.

01 함수 $f(x) = x^4 - 4kx + 8k - 1$의 최솟값을 $m(k)$라 하자. $m(k)$가 최대가 되는 k의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

02 공간의 두 벡터 a, b는 $\|a\| = 1$, $\|b\| = 2$, $a \cdot b = 1$을 만족한다. $\|a \times (a \times b)\|$의 값은?

① $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\sqrt{3}$

④ $3\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

03 극한 $\lim_{x \to 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^2 \ln(1+x)}$의 값은?

① $\dfrac{1}{3}$ ② $\dfrac{2}{5}$ ③ $\dfrac{1}{2}$ ④ $\dfrac{2}{3}$ ⑤ 1

인하대학교

04 구간 $[0,\infty)$에서 $f(x)=e^{-2x}-e^{-3x}$의 최댓값은?

① $\frac{4}{27}$ ② $\frac{5}{27}$ ③ $\frac{2}{9}$ ④ $\frac{7}{27}$ ⑤ $\frac{8}{27}$

05 두 사건 A, B는 $\mathrm{P}(A)=\frac{1}{2}\mathrm{P}(B)$, $\mathrm{P}\left(A\cap B^{C}\right)=\frac{2}{25}$를 만족한다. A, B가 독립일 때 $\mathrm{P}(A\cap B)$는?

① $\frac{1}{100}$ ② $\frac{1}{50}$ ③ $\frac{3}{100}$ ④ $\frac{1}{25}$ ⑤ $\frac{1}{20}$

06 적분 $\int_0^1 x\ln(1+x)\,\mathrm{d}x$의 값은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ 1

인하대학교

07 $\tan^{-1}x$를 $\tan x$의 역함수로 나타낼 때, $\tan^{-1}(-2)-\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$의 값은?

① $-2\dfrac{\pi}{3}$ ② $-3\dfrac{\pi}{5}$ ③ $-\dfrac{\pi}{2}$

④ $-2\dfrac{\pi}{5}$ ⑤ $-\dfrac{\pi}{3}$

08 $x^2+y^2+z^2=4$를 만족할 때 $f(x,y,z)=2x+y+3z$의 최댓값은?

① $2\sqrt{11}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{13}$

④ $2\sqrt{14}$ ⑤ $2\sqrt{15}$

09 행렬 $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -2 & 4\end{pmatrix}$의 역행렬을 B라 하자. 다음 극한의 값은? 여기서 tr는 대각원소의 합이다.

$$\lim_{n\to\infty}\mathrm{tr}(B+B^2+\ldots+B^n).$$

① $\dfrac{1}{2}$ ② 1 ③ $\dfrac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\dfrac{5}{2}$

인하대학교

10 함수 $f(x) = x + \int_0^{x^2} xe^t \, \mathrm{d}t$에 대해 $x = 1$에서의 접선 방정식은?

① $y = ex + 1$
② $y = (e-1)x + 1$
③ $y = 2ex - e$
④ $y = 3ex - 2e$
⑤ $y = (e+1)x - 1$

11 이중적분 $\int_0^1 \int_y^1 e^{x^2} \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y$의 값은?

① $\frac{e-1}{3}$
② $\frac{e-1}{2}$
③ $\frac{e+1}{3}$
④ $\frac{e+1}{2}$
⑤ e

12 멱급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!+n!} x^n$의 수렴반경은?

① 1
② $\sqrt{2}$
③ 2
④ $2\sqrt{2}$
⑤ 4

인하대학교

13 미분방정식 $u'(t) = u(t)^2$ $(t > 0)$, $u(0) = 1$의 해가 $\lim_{t \to a^-} u(t) = \infty$를 만족한다. a의 값은?

① 1 ② $\sqrt{2} - 1$ ③ 2
④ $\sqrt{2} + 1$ ⑤ 3

14 곡선 $y = x^2 - 2x$와 직선 $y = x - 2$로 둘러싸인 영역을 x축 주위로 회전시킨 부피는?

① $\dfrac{\pi}{5}$ ② $2\dfrac{\pi}{5}$ ③ $3\dfrac{\pi}{5}$ ④ $4\dfrac{\pi}{5}$ ⑤ π

15 폐곡선 C가 반시계 방향의 원 $x^2 + y^2 = 4$일 때, $\int_C y^3 \, \mathrm{d}x - x^3 \, \mathrm{d}y$의 값은?

① -24π ② -22π ③ -20π
④ -18π ⑤ -16π

인하대학교

16 극곡선 $r = e^{2\theta}$ 위의 극좌표점 $(e^{2\pi}, \pi)$에서의 접선을 직교좌표계로 나타내면?

① $y = \dfrac{1}{3}(x + e^{2\pi})$ ② $y = \dfrac{1}{2}(x + e^{2\pi})$

③ $y = \dfrac{1}{3}(x - e^{2\pi})$ ④ $y = \dfrac{1}{2}(x - e^{2\pi})$

⑤ $y = \dfrac{1}{2}(x - e^{2\pi}) + 1$

17 $f(x) = \frac{\sinh x}{\cos x}$의 원점 근방 테일러 급수를 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$이라 하자. $a_3 + a_4$의 값은?

① $\dfrac{1}{5}$ ② $\dfrac{1}{2}$ ③ $\dfrac{2}{3}$ ④ $\dfrac{3}{5}$ ⑤ 1

18 미분방정식의 해 $u(t)$에 대해 $\lim_{t\to\infty} e^t u(t)$의 값은?

$$u'' + 3u' + 2u = 2e^{-2t}\sin t, \quad t > 0.$$
$$u(0) = 1, \quad u'(0) = 2.$$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

인하대학교

19 좌표공간에서 $x^2+y^2+z^2 \le 16,\ 1 \le z \le 3$인 영역의 부피는?

① $61\dfrac{\pi}{3}$ ② $64\dfrac{\pi}{3}$ ③ $67\dfrac{\pi}{3}$

④ $70\dfrac{\pi}{3}$ ⑤ $73\dfrac{\pi}{3}$

20 다음 삼중적분의 값은?

$$\int_{-2}^{2}\int_{-\sqrt{4-x^2}}^{0}\int_{0}^{x^2+z^2}(x^2+z^2)\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}x.$$

① $31\dfrac{\pi}{3}$ ② $32\dfrac{\pi}{3}$ ③ 11π

④ $34\dfrac{\pi}{3}$ ⑤ $35\dfrac{\pi}{3}$

21 곡면 $z=1-x^2-y^2,\ z \ge 0$의 넓이는?

① $\dfrac{\pi}{6}\left(4\sqrt{5}-3\right)$ ② $\dfrac{\pi}{6}\left(5\sqrt{5}-1\right)$

③ $\dfrac{\pi}{6}\left(6\sqrt{5}-1\right)$ ④ $\dfrac{\pi}{6}\left(7\sqrt{5}-2\right)$

⑤ $\dfrac{\pi}{6}\left(7\sqrt{5}-1\right)$

인하대학교

22 극곡선 $r = -6\cos\theta$의 내부이면서 $r = 2(1-\cos\theta)$의 외부인 공통 영역의 넓이는?

① $5\dfrac{\pi}{2}$ ② 3π ③ $7\dfrac{\pi}{2}$

④ 4π ⑤ $9\dfrac{\pi}{2}$

23 곡면 $\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}=4$ 위의 점 $P(a,b,c)$는 $abc \neq 0$을 만족한다. P에서의 접평면의 세 축 절편의 합은?

① $a+b+c$ ② $\sqrt{abc}$ ③ 2

④ 4 ⑤ 16

24 매개변수 곡선 $x=\cos(3t)$, $y=\sin(5t)$에 대해 $t=\frac{\pi}{2}$에서 $\frac{d^2y}{dx^2}$의 값은?

① $-\dfrac{25}{9}$ ② $-\dfrac{20}{9}$ ③ $-\dfrac{15}{9}$ ④ $-\dfrac{10}{9}$ ⑤ $-\dfrac{5}{9}$

인하대학교

25 $f(x,y)=x^2+y^2-2x-4y+3$의 $x^2+y^2\le 1$에서의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $M+m$의 값은?

① 6 ② $4+\sqrt{5}$ ③ 7
④ $5+2\sqrt{5}$ ⑤ 8

26 연속함수 f는 $x\neq 0$에서 미분 가능하고 $f(0)=1$이다. 모든 실수 x에 대해 아래 식을 만족할 때 $f(1)+f(-1)$의 값은?

$$\int_{-x}^{x}(x^2-t^2+|t|)f(t)\,\mathrm{d}t=x|x|.$$

① $e^{-2}-1$ ② e^{-2} ③ $2e^{-2}-1$
④ $2e^{-2}$ ⑤ $2e^{-2}+1$

27 곡면 $x^2y+2yz^2=12$ 위의 $P(2,1,2)$에서의 접평면에 수직이고 $Q(-1,0,4)$를 지나는 직선이 접평면과 만나는 점의 좌표는?

① $\left(-\frac{2}{7},\frac{4}{7},\frac{15}{7}\right)$ ② $\left(-\frac{6}{7},\frac{3}{7},\frac{30}{7}\right)$
③ $\left(-\frac{4}{7},\frac{15}{7},\frac{20}{7}\right)$ ④ $\left(-\frac{5}{7},\frac{1}{7},\frac{25}{7}\right)$
⑤ $\left(-\frac{1}{7},\frac{10}{7},\frac{10}{7}\right)$

인하대학교

28 다음 서술 중 옳은 것을 모두 고르면?

ㄱ. 전단사 함수 $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$가 미분 가능하면 역함수 f^{-1}도 미분 가능하다.

ㄴ. $\sin x$의 역함수 $\sin^{-1}x$의 정의역을 $[0,\pi]$로 잡을 수 있다.

ㄷ. $\sinh x$의 역함수 $\sinh^{-1}x$의 정의역은 $\mathbb{R}$이다.

① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ, ㄷ
④ ㄱ ⑤ ㄷ

29 아래 함수 h가 주어진다. 실수 전체에 정의된 함수 f에 대응하는 함수 T_f에 대해 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

$$h(x)=\begin{cases}1-|x| & |x|<1\\ 0 & |x|\geq 1\end{cases}.$$

$$T_f(x)=\int_0^{10} h(x-y)f(y)\,\mathrm{d}y.$$

ㄱ. T_f는 우함수이다.

ㄴ. $T_f(11)=0$.

ㄷ. f가 연속이면 T_f는 $x=1$에서 미분 가능하다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

30 곡선 C는 $(1,-1)$에서 $(1,1)$로 이어지며, 극방정식 $r=2\cos\theta$, $-\frac{\pi}{4}\leq\theta\leq\frac{\pi}{4}$로 주어진다. 다음 선적분의 값은?

$$\int_C \frac{(x-y)\,\mathrm{d}x+(x+y)\,\mathrm{d}y}{x^2+y^2}.$$

① $\dfrac{\pi}{6}$ ② $\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{1}{2}$ ③ $\dfrac{\pi}{3}-\dfrac{1}{2}$
④ $\dfrac{\pi}{3}$ ⑤ $\dfrac{\pi}{2}$