홍익대학교

문제편

15문항

원문 수학 26–40번을 1–15번으로 정리했습니다. 4번의 h(x)는 두 변수 함수 표기 h(x,y)로, 13번 (d)의 A=0은 제차선형계 Ax=0으로 정리한 편집 수정이며 별표로 표시했습니다. 두 수정 모두 보기의 참·거짓과 정답을 바꾸지 않습니다. 도형은 새로 그렸습니다.

01 함수 $f(x) = e^{\sin x} + \sin^{-1} x$, $-1 \le x \le 1$에 대해 역함수 f^{-1}의 도함수 값 $(f^{-1})'(1)$을 구하시오.

① 1
② 2
③ $\frac{1}{2}$
④ $-\frac{1}{2}$

02 다음 중 수렴하는 급수를 모두 고르시오.

(가) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

(나) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{e^n} \right)$

(다) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sinh\left(\frac{1}{\sqrt{n}} \right)$

① (가)
② (가), (나)
③ (다)
④ (가), (다)

03 모든 실수 x에 대해

$$12(x-2)^{100} e^{x} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-2)^n$$

일 때 a_{105}를 구하시오.

① $\frac{e^2}{12}$
② $\frac{e}{12}$
③ $\frac{e^2}{10}$
④ $\frac{e}{10}$

홍익대학교

04* 평면 전체에서 정의된 함수가

$$f(x,y)=\begin{cases}1 & xy>0\\ 0 & xy=0,\\ -1 & xy<0\end{cases}$$
$$g(x,y)=|xy|,\quad h(x,y)=xy$$

일 때 옳은 것을 고르시오.

① $f(f(x,y),f(x,y))=f(x,y)$
② $f(g(x,y),h(x,y))=f(x,y)$
③ $f(x,y)$는 $(0,0)$에서 연속이다.
④ $\frac{h(x,y)}{x^2+y^2}$는 $(0,0)$에서 연속이다.

05 거듭제곱급수

$$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n x^n}{2^n n\ln n}$$

에 대해 옳은 것을 모두 고르시오.

(가) 수렴반지름은 2이다.
(나) $x=-2$에서 발산한다.
(다) $x=1$에서 절대수렴한다.
(라) 수렴범위는 $-2<x<2$이다.

① (가), (나)
② (가), (나), (다)
③ (가), (나), (라)
④ (나), (다), (라)

06 함수 $y(x)$가

$$y''-4y'+(4+\pi^2)y=0,$$
$$y(1)=-e^2,\quad y'(0)=2-\pi$$

를 만족할 때 $y(0)$을 구하시오.

① 1
② 2
③ 3
④ 4

홍익대학교

07 초기값 조건을 가진 적분미분방정식

$$y'(t)+y(t)=1-\int_0^t e^{-(t-u)}y(u)\,\mathrm{d}u,\quad y(0)=0$$

을 만족하는 함수에 대해 $\lim_{t\to\infty} y(t)$를 구하시오.

① 1 ② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$

08 영역

$$\Omega=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid 1\le x^2+y^2+z^2\le 4,\quad z\ge 0\}$$

에 대해 삼중적분을 구하시오.

$$\iiint_\Omega e^{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z.$$

① $\frac{2\pi}{3}(e^6-1)$ ② $\frac{2\pi}{3}(e^6-e)$

③ $\frac{2\pi}{3}(e^8-1)$ ④ $\frac{2\pi}{3}(e^8-e)$

09 다음 이중적분을 구하시오.

$$\int_0^2\int_0^{\sqrt{2y-y^2}}\sqrt{x^2+y^2}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y.$$

① $\frac{16}{9}$ ② $\frac{2}{9}$

③ $2\frac{\pi}{3}$ ④ $\frac{\pi}{6}$

홍익대학교

10 곡선 $C : y = x^2$를 $x = 0$에서 $x = 1$까지 진행할 때 다음을 구하시오.

$$\int_C (e^x y + e^y)\,\mathrm{d}x + (e^x + xe^y)\,\mathrm{d}y.$$

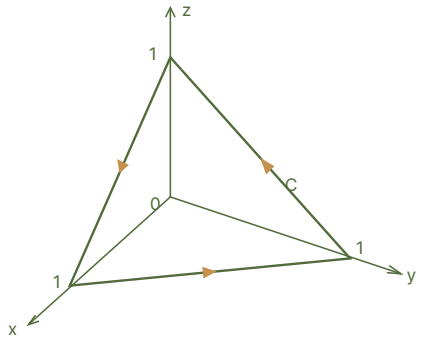
① e ② $2e$

③ $3e$ ④ $4e$

11 C는 꼭짓점 $(1,0,0)$, $(0,1,0)$, $(0,0,1)$인 삼각형의 경계이다. 진행 순서는 그림과 같이 $(0,0,1) \to (1,0,0) \to (0,1,0) \to (0,0,1)$이다. 벡터장 $\boldsymbol{F}$에 대해

$$\oint_C \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int_0^1 \int_0^{1-x} (-4x - y)\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x$$

일 때 $\mathrm{curl}\ \boldsymbol{F}$로 가능한 것을 고르시오.



① $-x\boldsymbol{i} - 2x\boldsymbol{j} + (z-1)\boldsymbol{k}$ ② $-x\boldsymbol{i} - 2x\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$

③ $-x\boldsymbol{i} + 2x\boldsymbol{j} + (z-1)\boldsymbol{k}$ ④ $-x\boldsymbol{i} + 2x\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$

12 다음 행렬의 역행렬 $A^{-1} = [b_{ij}]$에서 b_{43}을 구하시오.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

① 0 ② 1

③ 7 ④ 19

홍익대학교

13* 다음 다섯 문장 중 옳은 것의 개수를 구하시오.

(a) A가 정사각행렬이고 $c \neq 0$인 실수이면 $(cA)^{-1} = cA^{-1}$이다.
(b) A가 2×3이면 제차선형계 $Ax = 0$은 $\mathrm{rank}(A)$에 관계없이 항상 $x \neq 0$인 해를 갖는다.
(c) A가 3×3이면 제차선형계 $Ax = 0$은 $\mathrm{rank}(A)$에 관계없이 항상 $x = 0$만을 해로 갖는다.
(d) A가 4×3이고 $\mathrm{rank}(A) = 3$이면 제차선형계 $Ax = 0$은 항상 $x = 0$만을 해로 갖는다.
(e) A가 영행렬이 아닌 4×3 행렬이면 $\mathrm{rank}(A)$의 최솟값은 1이고 최댓값은 4이다.

① 2개 ② 3개
③ 4개 ④ 5개

14 함수 $f(x) = \int_1^2 u^x \, \mathrm{d}u$에 대해 다음을 구하시오.

$$\lim_{x \to 0} (f(x))^{\frac{1}{x}}.$$

① $\dfrac{2}{e}$ ② 2
③ $\dfrac{4}{e}$ ④ 4

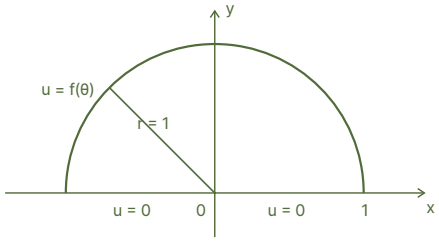
15 반지름 1인 반원에서 정상 상태 온도 $u(r, \theta)$가

$$u_{rr} + \frac{1}{r} u_r + \frac{1}{r^2} u_{\theta\theta} = 0$$

과 $u(r, 0) = u(r, \pi) = 0$, $u(1, \theta) = f(\theta)$를 만족하며 $r \to 0$에서 유한하다. 해의 형태가

$$u(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n r^n + B_n r^{-n}) \sin(n\theta)$$

일 때 옳지 않은 것을 고르시오.



① $A_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(\theta) \sin(n\theta) \, \mathrm{d}\theta$, $n = 1, 2, 3, \ldots$
② $B_n = 0$, $n = 1, 2, 3, \ldots$
③ $f(\theta) = \sin\theta$이면 $A_1 = 1$이고 $A_n = 0$, $n = 2, 3, 4, \ldots$이다.
④ $f(\theta) = \sin\theta$이면 $u(r, \theta) = \sin\theta$이다.