건국대학교

문제편

20문항

원문 수학 21~40번과 5지선다 선택지의 값·순서를 유지했습니다.

21 멱급수 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n(2x+4)^n}{6^{n+1}}$의 수렴구간은?

① $(-5, 1)$
② $[-5, 1)$
③ $\{-2\}$
④ $(-8, 4)$
⑤ $[-8, 4)$

22 다음 중 극한이 존재하는 것은?

① $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{4x^2+y^3}{x^3+y^2}$
② $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x\sin(y^2)}{x^2+y^2}$
③ $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xye^y}{x^3+2y^2}$
④ $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sin(x+y)}{x^2+y^2}$
⑤ $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{4x^2y-y^2}{x^3+y^3}$

23 다음 중 수렴하는 급수의 개수는?

(i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n}$
(ii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^2+10^5 n}{\sqrt{2+10n^5}}$
(iii) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{10^n}$
(iv) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin((n+0.5)\pi)}{2+\sqrt[3]{2n}}$
(v) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^{1000}1000^n}{n!}$

① 1
② 2
③ 3
④ 4
⑤ 5

건국대학교

24 함수 $f(x)=(x+a)\arctan(x^3)$이 $f'(1)=f(1)$을 만족할 때, 상수 a의 값은?

① $\dfrac{6}{\pi-6}$ ② $\dfrac{6}{6-\pi}$

③ $\dfrac{\pi}{\pi-6}$ ④ $6\dfrac{\pi}{6-\pi}$

⑤ $6\dfrac{\pi}{\pi-6}$

25 $y=x^2\ln(1+x^2)$일 때, $y^{(6)}(0)$의 값은?

① 0 ② 180

③ -360 ④ 540

⑤ -720

26 곡선 $y=f(x)$상의 점 $(x,f(x))$에서의 곡률은 $K=\dfrac{|y''|}{(1+(y')^2)^{\frac{3}{2}}}$이다. 곡선의 방정식이 $x^3+y^3=1$일 때, 점 $(0,1)$에서의 곡률은?

① 0 ② $\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$

③ $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ ④ $\dfrac{1}{2}$

⑤ 1

건국대학교

27 극곡선 $r=\left(\frac{1}{2^n}+3\right)\sin\theta$의 내부와 $r=1+\sin\theta$의 외부에 놓인 영역의 넓이를 A_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}A_n$의 값은?

① π
② $\frac{\pi}{3}$
③ $\frac{\pi}{2}$
④ $4\frac{\pi}{3}-1$
⑤ $\sqrt{3}\frac{\pi}{3}$

28 매개변수로 표현된 곡선 $C: x=\theta-\sin\theta,\ y=1-\cos\theta$와 아래 정의된 함수 $g(x)$를 고려하자. 이때 $0\le x\le 4\pi$인 구간에서 곡선 C와 $y=g(x)$의 그래프 사이의 면적은?

$$g(x)=\frac{1}{\pi}\int_0^x f(t)\,\mathrm{d}t,\quad f(t)=\begin{cases}-4\left[\frac{t}{\pi}\right]+2 & 0\le t<2\pi\\ -4\left[\frac{t-2\pi}{\pi}\right]+2 & 2\pi\le t<4\pi\end{cases}.$$

단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대 정수이다.

① π
② 2π
③ 3π
④ 4π
⑤ 5π

29 곡선 $\frac{x^3}{\sqrt{27}}-y^3=1$ 위의 점 (x,y)에서 점근선 $y=\frac{x}{\sqrt{3}}$까지의 거리를 $d(x,y)$라고 할 때, $b=\lim_{x\to\infty}x^a d(x,y)$가 양수가 되는 a와 그때 b는?

① $a=1, b=\frac{1}{2}$
② $a=1, b=\frac{\sqrt{3}}{2}$
③ $a=2, b=\frac{1}{2}$
④ $a=2, b=\frac{\sqrt{3}}{2}$
⑤ $a=3, b=\frac{1}{\sqrt{2}}$

건국대학교

30 다음은 이상적분 $\int_0^\infty e^{-x^2+1}\,\mathrm{d}x$가 수렴함을 보이는 과정을 기술한 것이다. 아래 증명에 나타나는 실수 a, b에 대하여 맞는 (a, b)는?

적당한 양수 a에 대해 이 적분을 다음과 같이 나누어 보자.

$$\int_0^\infty e^{-x^2+1}\,\mathrm{d}x = \int_0^a e^{-x^2+1}\,\mathrm{d}x + \int_a^\infty e^{-x^2+1}\,\mathrm{d}x.$$

우변의 첫 번째 적분은 통상적인 보통의 정적분이다. 두 번째 적분에서는 $x \geq a$일 때 $e^{-x^2+1} \leq e^{-x+1}$이 된다는 사실을 이용한다. e^{-x+1}의 적분은 다음과 같이 쉽게 구할 수 있다.

$$\int_a^\infty e^{-x+1}\,\mathrm{d}x = \lim_{t\to\infty}\int_a^t e^{-x+1}\,\mathrm{d}x = b.$$

그러므로 비교정리를 적용하면 $\int_a^\infty e^{-x^2+1}\,\mathrm{d}x$는 수렴하게 된다. 따라서 $\int_0^\infty e^{-x^2+1}\,\mathrm{d}x$는 수렴하게 된다.

① $(2, e^{-2})$
② $(1, 1)$
③ $(2, 1)$
④ $(1, e^{-1})$
⑤ $\left(\frac{1}{2}, e^{-1}\right)$

31 H는 세 점 $(1,1,1)$, $(1,2,3)$, $(2,4,3)$을 포함하는 평면이다. $(-3,4,5)$와 H 사이의 거리는?

① $\frac{6}{7}$
② 1
③ $\frac{3}{7}$
④ $\frac{9}{\sqrt{21}}$
⑤ $\frac{18}{\sqrt{21}}$

32 곡선 $y = 2x^3$ $(0 \leq x \leq 1)$를 x축에 대해 회전한 곡면의 면적은?

① $\frac{\pi}{27}\left(37^{\frac{3}{2}} - 1\right)$
② $\frac{\pi}{54}\left(37^{\frac{3}{2}} - 1\right)$
③ $\frac{\pi}{81}\left(37^{\frac{3}{2}} - 1\right)$
④ $\frac{\pi}{54}\left(39^{\frac{3}{2}} - 1\right)$
⑤ $\frac{\pi}{81}\left(39^{\frac{3}{2}} - 1\right)$

건국대학교

33 두 벡터 $\vec{a}=(2,3,7)$, $\vec{b}=(1,0,7)$에 대하여 $\vec{a}$를 $\vec{b}$와 평행한 벡터 $\vec{a}_T$와 $\vec{b}$와 수직인 벡터 $\vec{a}_N$의 합으로 나타내자. 이때 $\vec{a}_T$는?

① $\left(\frac{51}{52},0,\frac{357}{52}\right)$

② $\left(\frac{49}{52},0,\frac{343}{52}\right)$

③ $(1,0,7)$

④ $\left(\frac{49}{50},0,\frac{363}{50}\right)$

⑤ $\left(\frac{51}{50},0,\frac{357}{50}\right)$

34 C는 곡면 $x^2+y^2+z^2=1$과 곡면 $\frac{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2}{2}+2y^2+\frac{\left(z-\frac{1}{2}\right)^2}{3}=1$의 교선이다. 점 $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{2}\right)$에서 C의 접선과 평행한 벡터는?

① $(1,0,1)$

② $(1,1,0)$

③ $(0,1,1)$

④ $(1,0,-1)$

⑤ $(1,1,1)$

35 영역 R은 좌표평면에서 점 $(0,0)$, $(2,4)$, $(4,1)$, $(2,-3)$을 꼭짓점으로 갖는 사각형이다. 변환 $x=u+2v$, $y=2u-3v$를 이용하여 구한 적분 $\iint_R e^{3x+2y}\,\mathrm{d}A$의 값은?

① e^7

② e^7-1

③ e^{14}

④ $e^{14}-1$

⑤ $7e^{14}-1$

건국대학교

36 함수 $z = f(x, y)$는 연속인 2계 편도함수를 가진다. $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$에 대해 $(x, y) = (0, 1)$에서 $\frac{\partial^2 z}{\partial r^2}$의 값은?

① $\left(\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}\right)(0, 1)$

② $\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}\right)(0, 1)$

③ $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}(0, 1)$

④ $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}(0, 1)$

⑤ 0

37 영역 R은 좌표평면에서 점 $(0, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 1)$을 꼭짓점으로 갖는 삼각형이다. 함수 $f(x, y) = 1 + \frac{x+y}{1!} + \frac{(x+y)^2}{2!} + \frac{(x+y)^3}{3!} + \ldots$가 영역 R에서 가지는 최대값은?

① 1

② $\frac{e}{2}$

③ 2

④ e

⑤ e^2

38 $f(x) = \int_0^{x^2} \int_{\sqrt{x}}^1 e^{t^2+s}\,\mathrm{d}t\,\mathrm{d}s$일 때, $f'(1)$의 값은?

① $e - 1$

② $e(e - 1)$

③ $\frac{1}{2}e(e - 1)$

④ $-e(e - 1)$

⑤ $-\frac{1}{2}e(e - 1)$

건국대학교

39 적분 $\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 x\cos\left(\frac{\pi}{2}y^5\right)\,dy\,dx$의 값은?

① $\frac{\pi}{5}$ ② 5π

③ $\frac{5}{2\pi}$ ④ $\frac{1}{5\pi}$

⑤ $\frac{2}{5\pi}$

40 곡선 C의 매개변수 방정식이 아래와 같이 주어져 있다. 벡터장 $F(x,y)=(3+3x^2y)i+(x^3+\sin(\pi y))j$의 C상에서의 선적분 값은?

$$x(t)=\sqrt{2}\sin t\cos^2 t,\quad y(t)=\sqrt{2}\sin^2 t\cos t,\quad 0\le t\le\frac{\pi}{4}.$$

① $\frac{25}{8}$ ② $\frac{25}{8}+\frac{1}{\pi}$

③ $\frac{25}{16}+\frac{1}{\pi}$ ④ $\frac{25}{16}-\frac{1}{\pi}$

⑤ $\frac{25}{16}$