성균관대학교

문제편

20문항

한 페이지에 3문항씩 배치했습니다. 원문 수학 26-45번을 교재 1-20번으로 정리했습니다. 선택지의 값과 정답은 원문을 유지했습니다.

01 함수 $F(s)=\frac{2s+4}{s^2+4s-5}$의 라플라스 역변환은?

① $e^{t}+e^{-5t}$ ② $e^{-t}+e^{5t}$

③ $e^{t}-e^{-5t}$ ④ $te^{-t}+e^{5t}$

⑤ $e^{-t}-e^{5t}$

02 다음 두 행렬에 대해 $Q^{-1}AQ$의 성분을 a_{ij}라 하자. $a_{11}+a_{12}+a_{33}+a_{54}+a_{15}$의 값은?

$$A=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1\\0&1&1&1&1\\1&0&1&1&1\\1&1&0&1&1\\1&1&1&0&1\end{pmatrix},$$

$$Q=\begin{pmatrix}0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

① 1 ② 2

③ 3 ④ 4

⑤ 5

03 적분 $\int_0^1 \frac{1}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}\,\mathrm{d}x$의 값은?

① $2\ln 2-\ln 3-\frac{\ln 5}{6}$ ② $\ln 2+\ln 3-\frac{\ln 5}{6}$

③ $\ln 2-\ln 3+\frac{\ln 5}{6}$ ④ $2\ln 2-\ln 3+\frac{\ln 5}{6}$

⑤ $\ln 2+\ln 3+\frac{\ln 5}{6}$

성균관대학교

04 상수 $c > 0$에 대해 다음 함수의 라플라스 변환을 $F_c(s)$라 할 때, $\lim_{c\to 0^+} F_c(2020)$의 값은?

$$f_c(t) = \begin{cases} \frac{1}{c} & 0 \le t \le c \\ 0 & t > c \end{cases}.$$

① -2020
② -1
③ 0
④ 1
⑤ 2020

05 멱급수 $\sum_{n=2020}^{\infty} \frac{(x-4)^{2021n}}{n+3}$의 수렴구간은?

① $[3,5)$
② $[3,5]$
③ $(2,6]$
④ $[2,6)$
⑤ $(-\infty,\infty)$

06 다음 보기 중 적분 $\int_0^1 \sqrt{1+x^3}\,\mathrm{d}x$의 값을 오차 0.01 이내로 근사한 값은?

① $\frac{33}{31}$
② $\frac{31}{28}$
③ $\frac{32}{27}$
④ $\frac{31}{26}$
⑤ $\frac{33}{27}$

성균관대학교

07 다음 행렬 A와 벡터 v에 대해 v에서 A의 열공간까지의 거리는?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad v = (3, -4, 3, 1)^T.$$

① $2\sqrt{2}$
② $2\sqrt{5}$
③ $2\sqrt{6}$
④ $2\sqrt{7}$
⑤ $2\sqrt{10}$

08 원기둥 $E = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 \leq 9, 1 \leq z \leq 3\}$의 경계 곡면 S는 바깥 방향을 갖는다. 벡터장 $\boldsymbol{F} = (x, -x + z^2, yz)$가 S를 통과하는 유량은?

① 18π
② $18\pi + 9$
③ $18\pi + 18$
④ 9π
⑤ $9\pi + 9$

09 초기값 문제 $y' - 2xy = x$, $y(0) = \alpha$의 해를 y_α라 하자. $\lim_{x\to\infty} y_\alpha(x)$가 유한하도록 하는 α의 값은?

① $-\dfrac{1}{3}$
② $-\dfrac{1}{2}$
③ 0
④ $\dfrac{1}{2}$
⑤ $\dfrac{1}{3}$

성균관대학교

10 구면 $x^2+y^2+z^2=2z$의 안쪽에 있고 원추면 $z=\sqrt{\frac{x^2+y^2}{3}}$의 위쪽에 놓인 입체의 부피는?

① $\pi+\frac{3}{8}$
② $3\frac{\pi}{2}$
③ $5\frac{\pi}{3}$
④ $5\frac{\pi}{4}$
⑤ $8\frac{\pi}{5}$

11 미분방정식 $y''-2y'+y=\frac{e^x}{x}$의 일반해는?

① $y=C_1e^x+C_2xe^x+(x+1)e^x\ln|x|$
② $y=C_1e^x+C_2xe^x-xe^x\ln|x|$
③ $y=C_1e^x+C_2xe^x+xe^x\ln|x|$
④ $y=C_1e^x+C_2xe^x-x^2e^x\ln|x|$
⑤ $y=C_1e^x+C_2xe^x+x^2e^x\ln|x|$

12 $\mathbb{R}^4$에서 방정식 $x+2y+3z+4w=0$의 해공간을 W라 하자. $T:\mathbb{R}^4\to\mathbb{R}^4$가 W로의 직교사영일 때, T의 표준행렬의 모든 성분의 합은?

① $-\frac{2}{3}$
② $-\frac{1}{3}$
③ 0
④ $\frac{1}{3}$
⑤ $\frac{2}{3}$

성균관대학교

13 철사 줄이 $x^2+y^2=1$의 왼쪽 반원이고, 임의의 점에서의 밀도가 직선 $x=-2$로부터의 거리에 비례한다. 질량중심의 x좌표는?

① $\dfrac{\pi-8}{\pi-4}$

② $\dfrac{\pi-8}{2(\pi-1)}$

③ $\dfrac{\pi-4}{4(\pi-1)}$

④ $\dfrac{\pi-4}{2(\pi-2)}$

⑤ $\dfrac{\pi-8}{4(\pi-1)}$

14 곡면 S는 $z=4-x^2-y^2$, $x\geq 0$, $y\geq 0$, $z\geq 0$으로 정의된다. 경계곡선 C는 위에서 내려다보아 반시계 방향이다. $\boldsymbol{F}=(yz,-xz,1)$에 대해 $\int_C \boldsymbol{F}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r}$의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

15 미분방정식 $(2x^2+2xy^2+1)y\,\mathrm{d}x+(3y^2+x)\,\mathrm{d}y=0$의 일반해는?

① $y^2e^{x^2}(y^2-x)=C$

② $ye^{x^2}\left(\dfrac{y^2}{2}+x\right)=C$

③ $ye^{x^2}(y^2-x)=C$

④ $ye^{x^2}\left(\dfrac{y^2}{2}-x\right)=C$

⑤ $ye^{x^2}(y^2+x)=C$

성균관대학교

16 두 곡선 $x^2 = 2y$, $x^2 = 3y$와 두 직선 $y = 4x$, $y = 5x$로 둘러싸인 영역의 넓이는?

① $\dfrac{303}{6}$ ② $\dfrac{305}{6}$

③ $\dfrac{304}{5}$ ④ $\dfrac{306}{5}$

⑤ $\dfrac{305}{4}$

17 함수 $f(x, y) = a\sin x + b\cos y$가 세 점 $(0, 0, 1)$, $(\frac{\pi}{2}, 0, 2)$, $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, 2)$에 대한 최소제곱해일 때, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x, y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$의 값은?

① $5\dfrac{\pi}{6}$ ② $7\dfrac{\pi}{6}$

③ $3\dfrac{\pi}{2}$ ④ $11\dfrac{\pi}{6}$

⑤ $13\dfrac{\pi}{6}$

18 곡선 $y = x^3$의 점 $(1, 1)$에서 곡률원의 중심 좌표는?

① $\left(-6, \dfrac{13}{3}\right)$ ② $\left(-5, \dfrac{10}{3}\right)$

③ $\left(-4, \dfrac{8}{3}\right)$ ④ $(-3, 7)$

⑤ $(-2, 8)$

성균관대학교

19 가역인 10×10 행렬 $A = \left[a_{ij}\right]$가 다음 조건을 만족한다. A^{-1}의 모든 성분의 합은?

(가)

$$\left\{a_{ij} \mid 1 \leq i, j \leq 10\right\} = \{1, 2, 3, ..., 100\}$$

(나) 모든 정수 $1 \leq p, q \leq 10$에 대해 $\sum_{i=1}^{10} a_{ip} = \sum_{j=1}^{10} a_{qj}$.

① 1

② $\dfrac{1}{10}$

③ $\dfrac{2}{101}$

④ $\dfrac{5}{101}$

⑤ $\dfrac{1}{5050}$

20 양의 정수 k에 대해 네 점 $(k, \pm k)$, $(-k, \pm k)$를 꼭짓점으로 하는 정사각형을 P_k라 하자. P_2의 내부이고 P_1의 외부인 영역 R에서 $\int_R \int \frac{1}{(x^2+y^2)^2} \, \mathrm{d}A$의 값은?

① $\dfrac{\pi}{8} + \dfrac{1}{4}$

② $3\dfrac{\pi}{8} + \dfrac{1}{4}$

③ $\dfrac{\pi}{8} + \dfrac{3}{4}$

④ $3\dfrac{\pi}{8} + \dfrac{3}{4}$

⑤ $5\dfrac{\pi}{8} + \dfrac{3}{4}$