세종대학교

문제편

25문항 · 100분

01 벡터장 $\boldsymbol{F}(x,y,z)=(x,2y,3z^2)$에 대하여 점 $(1,1,1)$에서의 발산 $\operatorname{div}\boldsymbol{F}$의 값을 구하면?

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

02 구간 $(0,2\pi)$에서 함수 $f(x)=\arcsin(\sin x)$가 미분가능하지 않은 점의 개수를 구하면?

① 4 ② 3 ③ 2
④ 1 ⑤ 0

03 함수 $f(x)=25\arctan\left(\sqrt{9+x^2}-2\right)$에 대하여 $f'(4)$를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

세종대학교

04 아래 극한을 구하면?

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{2^x+3^x}{2}\right)^{\frac{4}{x}}.$$

① 1 ② 6 ③ 12
④ 18 ⑤ 36

05 연속인 임의의 삼변수 함수 $f(x,y,z)$에 대하여 아래 식이 성립할 때, a를 구하면?

$$\int_0^1\int_0^{1-z}\int_0^{\sqrt[3]{y}} f(x,y,z)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z = \int_0^1\int_0^{a}\int_{x^3}^{1-z} f(x,y,z)\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z.$$

① $\sqrt[3]{z^3-1}$ ② $\sqrt[3]{1+z^3}$
③ $\sqrt[3]{1+z}$ ④ $\sqrt[3]{1-z^3}$
⑤ $\sqrt[3]{1-z}$

06 아래 급수의 값을 구하면?

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n(n+1)}{2^n}.$$

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

세종대학교

07 곡선 $y=\sqrt{1+2e^x}\ (0\le x\le 1)$을 x축을 중심으로 회전시켜 얻는 회전면의 넓이를 구하면?

① $e\pi$ ② $\dfrac{3e\pi}{2}$ ③ $2e\pi$

④ $\dfrac{5e\pi}{2}$ ⑤ $3e\pi$

08 극곡선 $r=3\sin\theta$의 내부와 $r=1+\sin\theta$의 외부에 놓인 영역의 넓이를 구하면?

① $\dfrac{\pi}{2}$ ② $\dfrac{3\pi}{4}$ ③ π

④ $\dfrac{5\pi}{4}$ ⑤ $\dfrac{3\pi}{2}$

09 모든 성분이 0인 6×3 행렬을 O라 하자. 영행렬이 아닌 6×3 행렬 A가 아래 조건을 만족할 때, $\mathrm{rank}(A)$를 구하면?

$$A\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 1 & -1 & -1\\ 5 & 1 & 3\end{pmatrix}=O.$$

① 1 ② 2 ③ 3

④ 4 ⑤ 5

세종대학교

10 아래 정적분의 값을 구하면?

$$\int_1^2 x \arcsin\left(\frac{1}{x}\right) \mathrm{d}x.$$

① $\frac{\pi}{16}+\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{\pi}{12}+\frac{\sqrt{3}}{2}$

③ $\frac{\pi}{12}+\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{\pi}{8}+\frac{\sqrt{3}}{3}$

⑤ $\frac{\pi}{8}+\frac{\sqrt{3}}{2}$

11 아래 정적분의 값을 구하면?

$$\int_0^1 \pi(\arccos x)^2 \mathrm{d}x.$$

① $\pi^2-2\pi$ ② $\pi^2-\pi$

③ π^2 ④ $\pi^2+\pi$

⑤ $\pi^2+2\pi$

12 함수 $f(x,y)=x^3+6x^2+xy^2+3y^2$가 점 (a,b)에서 극댓값을 가질 때, a^2+b의 값은?

① 0 ② 6

③ 12 ④ 16

⑤ 극대가 없다.

세종대학교

13 함수 $f(x)=\frac{\pi}{3}x+\arcsin x$에 대하여 $\left(f^{-1}\right)'\left(\frac{\pi}{3}\right)$을 구하면?

① $\dfrac{3}{\pi+2\sqrt{3}}$ ② $\dfrac{3}{2\pi-2\sqrt{3}}$

③ $\dfrac{3}{-\pi+2\sqrt{3}}$ ④ $\dfrac{3}{\pi-\sqrt{3}}$

⑤ $\dfrac{3}{\pi+\sqrt{3}}$

14 아래 정적분의 값을 구하면?

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^3+x}{\left(x^2-1\right)^3}\,\mathrm{d}x.$$

① $-\dfrac{1}{9}$ ② $-\dfrac{2}{9}$ ③ $-\dfrac{1}{3}$

④ $-\dfrac{4}{9}$ ⑤ $-\dfrac{5}{9}$

15 함수 $f(x)=\cos(\arcsin(x^2))$에 대하여 $\frac{f^{(12)}(0)}{12!}$을 구하면?

① $-\dfrac{9}{16}$ ② $-\dfrac{7}{16}$ ③ $-\dfrac{5}{16}$

④ $-\dfrac{3}{16}$ ⑤ $-\dfrac{1}{16}$

세종대학교

16 모든 성분이 실수인 2×2 대칭행렬 A가 아래 조건을 만족할 때, A의 행렬식을 구하면?

$$\mathrm{Tr}(A^2) = 8, \quad \mathrm{Tr}(A^3) = 0.$$

① 2 ② -2 ③ 4
④ -4 ⑤ 0

17 아래 벡터장과 경로 C에 대하여 선적분 $\int_C \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r}$의 값을 구하면?

$$\boldsymbol{F}(x,y) = (xy^2+1)e^{xy^2}\boldsymbol{i} + 2x^2ye^{xy^2}\boldsymbol{j},$$
$$\boldsymbol{r}(t) = t\boldsymbol{i} + t^3\boldsymbol{j}, \quad 0 \le t \le 1.$$

① $\dfrac{e}{2}$ ② e ③ $3\dfrac{e}{2}$
④ $2e$ ⑤ $5\dfrac{e}{2}$

18 행렬 A의 특성다항식과 최소다항식이 아래와 같다. $\mathrm{rank}(A+2I) = 11$일 때, $\mathrm{rank}((A+2I)^2)$를 구하면?

$$P_A(x) = (x+2)^8(x-4)^4(x-5)^2,$$
$$m_A(x) = (x+2)^3(x-4)^2(x-5).$$

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

세종대학교

19 경로 C가 타원 $4x^2+y^2=4$를 반시계방향으로 한 번 도는 경로일 때, 아래 선적분의 값을 구하면?

$$\int_C -4x^2y\,\mathrm{d}x + xy^2\,\mathrm{d}y.$$

① 2π ② 3π ③ 4π
④ 5π ⑤ 6π

20 곡선 $x^2+xy+2y^2=1$ 위의 점 (x,y)에 대하여 함수 $f(x,y)=e^{-xy}$의 최댓값과 최솟값의 곱을 구하면?

① $e^{\frac{2}{7}}$ ② $e^{\frac{3}{7}}$ ③ $e^{\frac{4}{7}}$
④ $e^{\frac{5}{7}}$ ⑤ $e^{\frac{6}{7}}$

21 아래 정적분의 값을 구하면?

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{\cosh x+1}}{\sqrt[3]{\cosh x-1}}\,\mathrm{d}x.$$

① $2\sqrt{\cosh 1-1}$
② $3\sqrt[3]{\cosh 1-1}$
③ $4\sqrt[4]{\cosh 1-1}$
④ $5\sqrt[5]{\cosh 1-1}$
⑤ $6\sqrt[6]{\cosh 1-1}$

세종대학교

22 아래 이차형식 q가 모든 $(x,y,z) \neq (0,0,0)$에 대하여 $q(x,y,z) > 0$이다. 이를 만족하는 정수 a의 개수를 구하면?

$$q(x,y,z) = x^2 + 2ay^2 + 3az^2 + 4xy \\ +2(1-a)xz - 2ayz.$$

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

23 경로 C는 포물선 $x = 2y^2 - 1$ 위의 점 $(1,1)$부터 $(1,-1)$까지의 호이다. 아래 선적분의 값을 구하면?

$$\int_C \frac{-y}{x^2+y^2}\,\mathrm{d}x + \frac{x}{x^2+y^2}\,\mathrm{d}y.$$

① $\dfrac{3\pi}{2}$ ② $\dfrac{5\pi}{4}$ ③ π
④ $\dfrac{3\pi}{4}$ ⑤ $\dfrac{\pi}{2}$

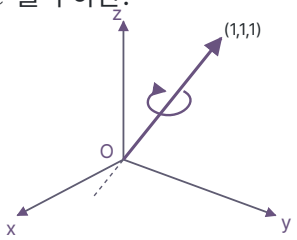
24 실수 a, b에 대하여 아래와 같이 정의된 함수 $f(x,y)$가 $f_{xy}(0,0) = f_{yx}(0,0)$을 만족하도록 하는 a, b의 값은?

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{ax^3y - bx^2y^2}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}.$$

① 모든 실수 a와 모든 실수 b
② 모든 실수 a와 $b = 0$
③ 모든 실수 a와 $b = 1$
④ $a = 0$과 모든 실수 b
⑤ $a = 1$과 모든 실수 b

세종대학교

25 선형변환 $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$는 $(1, 1, 1)$ 방향의 회전축을 중심으로 그림처럼 반시계방향으로 $\frac{\pi}{3}$만큼 회전하는 변환이다. $T(0, 1, 0) = (a, b, c)$일 때, $9a^3 + 3b^3 + c^3$을 구하면?



① $\frac{17}{27}$ ② $\frac{20}{27}$ ③ $\frac{23}{27}$

④ $\frac{26}{27}$ ⑤ $\frac{29}{27}$