한국공학대학교

문제편

25문항

원문 수록명은 한국산업기술대학교입니다. 3번의 내부 특이점과 17번의 초기값 해 존재구간 문제를 해설에 표시했습니다. 별표 20번은 위상함수의 정규화를 명시한 편집 보완입니다. 원래 선택지 100개를 유지했습니다.

01 다음 극한을 구하시오.

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{3x}-1-3x}{x^{2}}.$$

① $\dfrac{1}{3}$ ② $-\dfrac{1}{3}$

③ $\dfrac{9}{2}$ ④ $-\dfrac{9}{2}$

02 다음 함수의 역함수에 대해 $(f^{-1})'(0)$을 구하시오.

$$f(x)=\int_{2}^{x}\sqrt{1+t^{3}}\,\mathrm{d}t.$$

① $\dfrac{1}{3}$ ② $\dfrac{2}{3}$

③ $\dfrac{1}{2}$ ④ $\dfrac{3}{2}$

03 다음 정적분의 값을 구하시오.

$$\int_{-2}^{2}\left(3+\sqrt{4-x^{2}}+\frac{\tan x}{1+x^{2}}\right)\mathrm{d}x.$$

① $12+2\pi$ ② $12+6\pi$

③ $24+2\pi$ ④ $24+6\pi$

한국공학대학교

04 곡선 $y = x^3$, $y = 3x - 2x^2$로 둘러싸인 제1사분면 영역을 y축 둘레로 회전시킨 입체의 부피를 구하시오.

① $\dfrac{5\pi}{6}$ ② $\dfrac{3\pi}{5}$

③ $\dfrac{7\pi}{6}$ ④ $\dfrac{2\pi}{3}$

05 극곡선 r_1의 외부이면서 r_2의 내부인 영역의 넓이를 구하시오.

$$r_1 = 2, \quad r_2 = 2 + \cos\theta.$$

① $4 + \dfrac{\pi}{2}$ ② $4 - \dfrac{\pi}{2}$

③ $4 + \dfrac{\pi}{4}$ ④ $4 - \dfrac{\pi}{4}$

06 곡면 $z = xy$ 아래, xy평면 위에서 $y = x^2$, $x = y^2$로 둘러싸인 영역에 놓이는 입체의 부피를 구하시오.

① $\dfrac{1}{5}$ ② $\dfrac{1}{12}$

③ $\dfrac{1}{3}$ ④ $\dfrac{1}{2}$

한국공학대학교

07 벡터 $\boldsymbol{a} = (1, 0, 2)$ 위로 벡터 $\boldsymbol{b} = (2, -1, 4)$를 사영한 벡터를 구하시오.

① $(2, 0, 4)$
② $(-2, 0, -4)$
③ $(3, 0, 6)$
④ $(-3, 0, -6)$

08 네 점 $A = (1, 3, 2)$, $B = (3, -1, 6)$, $C = (5, 2, 0)$, $D = (t + 1, 6, -4)$가 같은 평면에 놓일 때 t를 구하시오.

① $\frac{1}{2}$
② 1
③ 2
④ $\frac{5}{2}$

09 다음 곡선의 길이를 구하시오.

$$\boldsymbol{r}(t) = \left(2t^{\frac{3}{2}}, \cos(4t), \sin(4t)\right), \quad 0 \le t \le 1.$$

① $\frac{121}{27}$
② $\frac{122}{27}$
③ $\frac{124}{27}$
④ $\frac{125}{27}$

한국공학대학교

10 곡선 $\boldsymbol{r}(t) = (1, t, t^2)$ 위의 점 $(1, 1, 1)$에서 곡률을 구하시오.

① $\dfrac{\sqrt{2}}{5}$ ② $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$

③ $\dfrac{2}{5}$ ④ $\dfrac{2}{5\sqrt{5}}$

11 점 $(0, 3, 1)$에서 다음 곡선의 법평면 방정식을 고르시오.

$$x = \ln t, \quad y = 3t, \quad z = t^3.$$

① $x + 3y + 3z = 12$

② $-x + 3y + 3z = 12$

③ $x - 3y + 3z = 12$

④ $x + 3y - 3z = 12$

12 $z = \ln(3x + 2y)$, $x = u\sin v$, $y = v\cos u$일 때 $u = 0$, $v = \frac{\pi}{2}$에서 $\frac{\partial z}{\partial u}$를 구하시오.

① $\dfrac{2}{\pi}$ ② $\dfrac{3}{\pi}$

③ $\dfrac{4}{\pi}$ ④ $\dfrac{5}{\pi}$

한국공학대학교

13 점 $(2,1)$에서 벡터 $(3,4)$ 방향의 방향도함수를 구하시오.

$$f(x,y)=x^2+xy^3.$$

① $-\dfrac{39}{5}$ ② $-\dfrac{31}{5}$

③ $\dfrac{31}{5}$ ④ $\dfrac{39}{5}$

14 다음 반복적분의 적분순서를 바꾼 식을 고르시오.

$$\int_0^2\int_{y^2}^4 f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y.$$

① $\displaystyle\int_{y^2}^4\int_0^2 f(x,y)\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x$ ② $\displaystyle\int_0^4\int_0^{\sqrt{x}} f(x,y)\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x$

③ $\displaystyle\int_0^4\int_{\sqrt{x}}^2 f(x,y)\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x$ ④ $\displaystyle\int_0^4\int_{x^2}^2 f(x,y)\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x$

15 다음 반복적분을 구하시오.

$$\int_0^{\sqrt{2}}\int_y^{\sqrt{4-y^2}} e^{-x^2-y^2}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y.$$

① $\dfrac{\pi}{8}(1-e^{-2})$ ② $\dfrac{\pi}{8}(1-e^{-2})$

③ $\dfrac{\pi}{8}(1+e^{-4})$ ④ $\dfrac{\pi}{8}(1-e^{-4})$

한국공학대학교

16 다음 식이 완전미분방정식이 되도록 하는 k를 구하시오.

$$\left(x^2+2xy+ky^2\right)\mathrm{d}x+\left(x^2+2xy-1\right)\mathrm{d}y=0.$$

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4

17 초기값 문제의 해가 $y(t)$일 때 $y(\ln 2)$를 구하시오.

$$y'-y=e^t y^2,\quad y(0)=1.$$

① 2 ② -2
③ 4 ④ -4

18 다음 초기값 문제의 해에 대해 $y(e)$를 구하시오. $t>0$이다.

$$y'(t)+\frac{1}{1+t}y(t)=\frac{\ln t}{1+t},\quad y(1)=\frac{3}{2}.$$

① $\dfrac{2}{e+1}$ ② $\dfrac{4}{e+1}$
③ $\dfrac{e}{e+1}$ ④ $\dfrac{2e}{e+1}$

한국공학대학교

19 다음 방정식의 한 해가 $y_1(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{x}}$일 때, y_1과 일차독립인 해를 고르시오. $0 < x < \frac{\pi}{2}$이다.

$$x^2y'' + xy' - \frac{1}{4}(1 - 4x^2)y = 0.$$

① $x\cos x$
② $\dfrac{\cos x}{\sqrt{x}}$
③ $\dfrac{\cos x}{x}$
④ $\sqrt{x}\cos x$

20* 다음 코시–오일러 방정식의 일반해가 아래와 같다. $x > 0$, $f(x) = b\ln x$, $b > 0$일 때 $m + f(e)$를 구하시오.

$$x^2y'' + 3xy' + 5y = 0,$$
$$y = x^m[A\cos(f(x)) + B\sin(f(x))].$$

① -2
② -1
③ 2
④ 1

21 $y_1 = e^{-2x}\cos x$, $y_2 = e^{-2x}\sin x$가 다음 방정식의 해일 때 $a + b$를 구하시오.

$$y'' + ay' + by = 0.$$

① 1
② 5
③ 9
④ 13

한국공학대학교

22 단위계단함수 u를 이용한 g의 표현을 고르시오.

$$g(t)=\begin{cases}2 & 0\le t<1\\ 0 & 1\le t<2,\\ 3 & t\ge 2\end{cases}$$

$$u(t-a)=\begin{cases}0 & 0\le t<a\\ 1 & t\ge a\end{cases}.$$

① $g(t)=2u(t-1)-3u(t-2)$

② $g(t)=2u(t-1)+3u(t-2)$

③ $g(t)=2-2u(t-1)+3u(t-2)$

④ $g(t)=2+2u(t-1)-3u(t-2)$

23 라플라스 변환을 이용해 적분을 구하시오.

$$\int_0^\infty t\cos(2t)e^{-3t}\,\mathrm{d}t.$$

① $\dfrac{5}{144}$ ② $\dfrac{5}{13}$

③ $\dfrac{5}{169}$ ④ $\dfrac{5}{12}$

24 라플라스 역변환으로 주어진 함수의 $f(3\frac{\pi}{2})$를 구하시오.

$$f(t)=\mathrm{L}^{-1}\left(\frac{4e^{-\pi s}}{1+s^2}\right).$$

① 1 ② 2

③ 3 ④ 4

한국공학대학교

25 라플라스 변환을 이용해 다음 적분방정식의 해를 고르시오.

$$y'(t) + \int_0^t y(t-u)e^{-2u}\,\mathrm{d}u = 1, \quad y(0) = 1.$$

① $y(t) = 2 - e^{-t}$

② $y(t) = 2 + e^{-t}$

③ $y(t) = 2 + te^{t} + e^{-t}$

④ $y(t) = 2 - e^{t} + te^{-t}$