서울과학기술대학교

문제편

20문항 · 100분

01 극한 $\lim_{x \to 0^+} (\ln x)^{\sin x}$의 값은?

① 0
② 1
③ e
④ e^{-1}
⑤ ∞

02 중심이 점 $\left(0, \frac{5}{4}\right)$인 원이 포물선 $y = x^2$에 내접할 때 반지름의 길이는?

① 1
② $\frac{\sqrt{3}}{2}$
③ $\frac{3}{4}$
④ $\frac{\sqrt{3}}{4}$
⑤ 다른 보기 중에는 답 없음

03 포물선 $y = -x^2 + 2x$와 x축 사이 영역의 넓이를 포물선 $y = ax^2$, $a > 0$이 이등분할 때 상수 a의 값은?

① $\sqrt{2} - 1$
② $\sqrt{2}$
③ 1
④ $\frac{1}{2}$
⑤ $\frac{3}{2}$

서울과학기술대학교

04 $t>0$일 때 두 점 $(0,0)$, (t,t^4)를 지나는 직선과 포물선 $y=x^4$으로 둘러싸인 영역을 y축 중심으로 회전하여 얻은 입체의 부피를 V_t라 한다. 극한 $L=\lim_{t\to\infty} t^k V_t$가 존재하도록 하는 실수 k의 최댓값을 K라 할 때 KL의 값은?

① -3π
② -2π
③ $\dfrac{\pi}{3}$
④ 2π
⑤ 3π

05 극곡선 $r=1+2\cos\theta$에서 큰 고리의 내부이며 작은 고리의 외부인 영역의 넓이는?

① $\pi+\sqrt{3}$
② $\pi+2\sqrt{3}$
③ $\pi+3\sqrt{3}$
④ $\pi+4\sqrt{3}$
⑤ $\pi+5\sqrt{3}$

06 $\frac{1}{(2+x)^3}$의 매클로린 급수는?

① $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n(n+1)(n+2)}{2^{n+4}}x^n$
② $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n(n+1)}{2^{n+3}}x^n$
③ $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(n+1)(n+2)}{2^{n+4}}x^n$
④ $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n+1}{2^{n+3}}x^n$
⑤ 다른 보기 중에는 답 없음

서울과학기술대학교

07 다음 거듭제곱급수의 수렴반지름을 모두 더한 값은?

A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n(n^2+1)} x^n$

B. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n^2+1}$

C. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{3^n \ln n}$

① 2 ② 3

③ 4 ④ 5

⑤ 6

08 점 $\left(\frac{1}{27}, 0, \frac{1}{9}\right)$에서 곡선 $\boldsymbol{r}(t) = (t^3, 0, t^2)$의 곡률은?

① $\frac{3\sqrt{5}}{25}$ ② $\frac{6\sqrt{5}}{25}$

③ $\frac{9\sqrt{5}}{25}$ ④ $\frac{18\sqrt{5}}{25}$

⑤ $\frac{27\sqrt{5}}{25}$

09 두 함수 $y = f(x) = (1+e^{-x})^{-1}$, $x = g(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$에 대하여 $y = \frac{1}{3}$일 때 $\frac{\partial y}{\partial x_1}$의 값은?

① 0 ② $\frac{1}{9}$

③ $\frac{2}{9}$ ④ $\frac{1}{3}$

⑤ $\frac{2}{3}$

서울과학기술대학교

10 다음 반복적분의 값은?

$$\int_{-\sqrt{\pi}}^{\sqrt{\pi}} \int_{|x|}^{\sqrt{\pi}} \sin(y^2)\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x.$$

① 0
② 1
③ 2
④ π
⑤ 2π

11 다음 영역 D에 대한 이중적분의 값은?

$$D = \left\{ (x,y) : x^2 + \frac{y^2}{4} \le 1 \right\},$$

$$\iint_D \sqrt{x^2 + \frac{y^2}{4}}\,\mathrm{d}A.$$

① $\dfrac{\pi}{3}$
② $\dfrac{2\pi}{3}$
③ π
④ $\dfrac{4\pi}{3}$
⑤ 2π

12 곡면 S가 $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$으로 주어질 때, 다음 벡터장에 대한 유량 적분 $\iint_S \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$의 값은?

$$\boldsymbol{F}(x,y,z) = (xy, y, zx + 1).$$

① 0
② 9π
③ 18π
④ 27π
⑤ 36π

서울과학기술대학교

13 미분방정식 $y' - 2xy = x$, $y(0) = y_0$의 해를 $y(x)$라 할 때, 극한 $\lim_{x\to\infty} y(x)$가 존재하도록 하는 초기값 y_0의 값은?

① -1
② 1
③ -2
④ 2
⑤ 다른 보기 중에는 답 없음

14 미분방정식 $y' \sin x = \sin x \sin(2x) + y\cos x$, $y\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3}{2}$에 대하여 $y'(0)$의 값은?

① 0
② 1
③ $\frac{3}{2}$
④ 2
⑤ $\frac{5}{2}$

15 다음 함수 $f(t)$의 라플라스 변환을 $F(s)$라 할 때 $F(2)$의 값은?

$$f(t) = \begin{cases} t & (0 < t < 1) \\ e^t & (t \geq 1) \end{cases}.$$

① $\frac{3}{4}e^{-1} - e^{-2} + \frac{1}{4}$
② $\frac{1}{4}e^{-1} - \frac{3}{4}e^{-2} + \frac{1}{4}$
③ $e^{-1} - \frac{3}{4}e^{-2} + \frac{1}{4}$
④ $\frac{3}{4}e^{-1} - \frac{1}{4}e^{-2} + \frac{1}{4}$
⑤ $e^{-1} - \frac{1}{4}e^{-2} + \frac{3}{4}$

서울과학기술대학교

16 다음 연립미분방정식에 대하여 $y_1(1)y_2(-1)$의 값은?

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

① 1
② 2
③ 3
④ 4
⑤ 5

17 다음 행렬의 계수(순위)는?

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 8 \\ 8 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 8 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

① 0
② 1
③ 2
④ 3
⑤ 4

18 다음 행렬 A에 대하여 $PAP^{-1} = \mathrm{diag}(4, -4, 0)$을 만족하는 행렬 P가 존재할 때 $a - b$의 값은?

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & b \\ 16 & -4 & 0 \\ 44 & -16 & 0 \end{pmatrix}.$$

① 0
② 4
③ 8
④ 12
⑤ 16

서울과학기술대학교

19 다음 행렬의 모든 고윳값의 곱은?

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 6 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

① -6
② -3
③ 0
④ 3
⑤ 6

20 다음 행렬식의 값은?

$$\det \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & -4 & -3 & -2 \end{pmatrix}.$$

① -90
② -80
③ -70
④ -60
⑤ 다른 보기 중에는 답 없음