한국항공대학교

문제편

20문항

선택지의 값·순서와 원문 배점을 보존했습니다. *11·19·20번은 누락된 조건을 명시했습니다. 4번 새 좌표에는 프라임을 표기했습니다.

01 함수 $y(x)$가 미분방정식 $3xy' - y = \frac{x^2}{y}$와 $y(1) = 3$을 만족한다. $y(8)$의 값에 가장 가까운 것은? 5.2 점

① 3 ② 8 ③ 21 ④ 24

02 $|x| \le 1$에서 $f(x) = \int_0^x s\ln(1+s^2)\,ds$의 매클로린 급수를 아래와 같이 구하였다. $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$는? 6.2 점

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + a_5 x^5 + \cdots.$$

① 0 ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{16}$ ④ 6

03 평면 $2x + y - z = 12$에 수직인 직선이 원 $x^2 + z^2 = 4$, $y = 0$ 위의 점을 지난다. 평면에서 원까지 이 직선이 가질 수 있는 최대 길이와 최소 길이의 차는? 4 점

① $2\frac{\sqrt{30}}{3}$ ② $2\frac{\sqrt{5}}{3}$

③ $8\frac{\sqrt{30}}{3}$ ④ $2\frac{\sqrt{15}}{3}$

한국항공대학교

04 원뿔곡선 $9x^2 - 8\sqrt{3}xy + 7y^2 = 64$를 새로운 직교좌표 (x', y')에서 $ax'^2 + by'^2 = 64$로 나타낸다. 아래 관계가 성립할 때 $abcdef$는? 5점

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c & d \\ e & f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}.$$

① -15

② $-30\dfrac{\sqrt{3}}{7}$

③ $-\dfrac{180}{49}$

④ $-45\dfrac{\sqrt{3}}{7}$

05 모든 성분이 실수인 행렬에 대해 다음 중 틀린 것을 모두 고른 것은? 4점

가. $\begin{pmatrix} 3 & -6 & 12 \\ 2 & 8 & 5 \\ 0 & 9 & 13 \end{pmatrix}$은 역행렬을 갖지 않는다.

나. 정방행렬 A가 역행렬을 갖지 않는다면 $Ax = 0$은 자명해만 갖는다.

다. 대칭행렬에서 서로 다른 고윳값에 대응하는 고유벡터는 1차 종속이다.

라. 정방행렬 A와 전치행렬 A^T는 같은 고윳값을 갖는다.

① 가, 라

② 나, 다

③ 가, 나, 다

④ 나, 다, 라

06 xy평면의 곡선 $3x = y^2 + 3$ $(y \geq 0)$을 x축 중심으로 360° 회전한 곡면 위 점 $\left(x_1, y_1, \frac{1}{2}\right)$의 접선이 원점을 지난다. 이 점과 원점을 잇는 선분을 xy평면에 투영한 길이가 a, yz평면에 투영한 길이가 b일 때 $a + b$는? ($x_1 > 0$, $y_1 > 0$.) 4점

① $3\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{\sqrt{17}}{2}$

② $\sqrt{3} + \dfrac{\sqrt{17}}{2}$

③ $5\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

④ $2\sqrt{7}$

한국항공대학교

07 주기가 2인 아래 함수의 푸리에 급수를 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin((2n-1)\pi x)$로 나타낼 때 b_n은? 5.4 점

$$f(x) = \begin{cases} -1 & -1 \le x < 0 \\ 1 & 0 \le x < 1 \end{cases}.$$

① $\dfrac{4}{\pi n}$ ② $\dfrac{4}{\pi(2n-1)}$

③ $\dfrac{2}{\pi n}$ ④ $\dfrac{2}{\pi(2n-1)}$

08 건조기 안 젖은 세탁물의 습기 y가 현재 습기에 비례하여 $y' = ky$로 줄어든다. 처음 5분 동안 반으로 줄었다면 처음 습기의 10% 이하가 되는 최소 정수 분은? 4 점

① 19분 ② 18분 ③ 17분 ④ 16분

09 음이 아닌 정수 k에 대해 $f(k) = \int_0^{\infty} x^k e^{-x^2}\,\mathrm{d}x$이다. 다음 중 참인 명제는 몇 개인가? 6.2 점

가. $f(k)$는 증가함수이다.
나. 음이 아닌 정수 n에 대해 항상 $f(2n+1) \ge f(2n)$이다.
다. 음이 아닌 정수 n에 대해 항상 $f(2n+1) > f(2n+3)$이다.
라. 서로 다른 음이 아닌 정수 k_1, k_2에 대해 항상 $f(k_1) \ne f(k_2)$이다.

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3

한국항공대학교

10 $x^2y'' + P(x)y' - 6y = 0$의 한 해가 x^2이다. $P(x)$를 구해 완성한 미분방정식의 해 y가 $y(1) = 1$, $y'(1) = 0$을 만족할 때 $y(2)$는? 5.2 점

① $\frac{49}{20}$ ② $\frac{51}{20}$ ③ $\frac{53}{20}$ ④ $\frac{55}{20}$

11* 아래 극한의 값은? (원문 조건: $a \neq 1$, $b \neq 1$. 보완 조건: $a > 0$, $b > 0$, $a \neq b$.) 4.6 점

$$\lim_{x \to 1} \frac{a}{a^{x-1} - b^{x-1}} \int_1^x (e^c(c+1) - ec)\,\mathrm{d}c.$$

① 0

② $a\dfrac{e}{\ln a - \ln b}$

③ $\dfrac{e}{2(\ln a - a\ln b)}$

④ $a\dfrac{e}{2(\ln a - \ln b)}$

12 시간 t에서 $y = 5(1 - \cos x)$ $(-\pi \leq x \leq \pi)$와 $y = t^2$ $(0 \leq t \leq \sqrt{10})$로 둘러싸인 영역 A를 관찰한다. 다음 중 참인 명제는 몇 개인가? 6.4 점

가. $t = \sqrt{\frac{5}{2}}$일 때 영역 A의 넓이는 $5\frac{\sqrt{3}}{2} - 5\frac{\pi}{6}$이다.

나. 영역 A의 면적이 증가하는 속도는 $t = \frac{\pi}{2}$에서 변곡점을 갖는다.

다. 영역 A의 면적이 증가하는 가속도는 $t = \sqrt{\frac{5}{2}}$에서 $4\frac{\pi}{3} + \frac{8}{\sqrt{3}}$이다.

라. 영역 A의 윗면 길이($y = t^2$상의 선)가 증가하는 속도는 $t = 1$에서 $\frac{4}{3}$이다.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

한국항공대학교

13 점 $(0,0,1)$을 포함하면서 $4x^2+4y^2-5z^2=0$과 $x^2+y^2+z^2=81$로 갇힌 영역의 부피는? 4점

① $18\pi\left(1-\sqrt{\dfrac{2}{3}}\right)$

② $30\sqrt{5}\pi$

③ $30\pi\left(3\sqrt{5}-5\right)$

④ 162π

14 복소평면에서 C는 -2와 $2i$를 둘러싸는 매끄러운 단순 닫힌 곡선이며 방향은 반시계 방향이다. 아래 적분의 값은? 4점

$$\int_C \frac{z}{(z+2)(z-2i)}\,\mathrm{d}z.$$

① $-2\pi i$ ② 0 ③ $2\pi i$ ④ $4\pi i$

15 함수 $y(x)$가 $y'+y=\cos x$와 $y(0)=1$을 만족할 때 $y(\pi)$는? 5점

① $\dfrac{-1+e^{-\pi}}{2}$ ② $\dfrac{1+e^{-\pi}}{2}$

③ $-1+e^{-\pi}$ ④ $1+e^{-\pi}$

한국항공대학교

16 C는 $(0,0)$, $(1,0)$, $(1,2)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 테두리이고 방향은 반시계 방향이다. 선적분의 값은? 5 점

$$\int_C xy\,\mathrm{d}x + x^2y^3\,\mathrm{d}y.$$

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{4}{5}$ ④ 1

17 미분방정식 $y'' + 6y' + 25y = \delta(t-2)$, $y(0) = y'(0) = 0$을 만족하는 함수 $y(t)$는? 5.2 점

① $e^{-3(t-2)}\cos(4(t-2))\dfrac{u(t-2)}{4}$

② $e^{-3t}\cos(4(t-2))u(t-2)$

③ $e^{-3(t-2)}\sin(4(t-2))\dfrac{u(t-2)}{4}$

④ $e^{-3t}\sin(4(t-2))u(t-2)$

18 직선을 따라 $(1,1,1)$에서 $(-2,1,3)$까지 이동하는 물체에 힘 $F = (x^2, -2yz, z)$가 한 일은? (일의 단위는 고려하지 않는다.) 5 점

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

한국항공대학교

19* S가 원기둥 $x^2+y^2\le 4, 0\le z\le 2$의 닫힌 표면이고 $F=(3xy^2, 3yx^2-y^3, zx^2)$이다. 면적분 $\iint_S F\cdot \hat{n}\,\mathrm{d}A$의 값은? ($\hat{n}$은 바깥쪽 단위법선이다. 원문에 빠진 방향을 명시함.) 5.8 점

① 8π ② 16π ③ 24π ④ 32π

20* 아래 급수가 수렴하는 x의 범위를 올바르게 서술한 것은? (보완 조건: $a>0$, b는 실수. 원문에 빠진 a의 조건을 명시함.) 3.8 점

$$f(x)=a(x-b)+\frac{a^2}{2}(x-b)^2$$
$$+\frac{a^3}{3}(x-b)^3+\frac{a^4}{4}(x-b)^4+\cdots.$$

① $\left[\frac{b-1}{a}, \frac{b+1}{a}\right]$ ② $\left[\frac{b-1}{a}, \frac{b+1}{a}\right)$

③ $\left[b-\frac{1}{a}, b+\frac{1}{a}\right)$ ④ $\left[b-\frac{1}{a}, b+\frac{1}{a}\right]$