아주대학교

문제편

25문항

원문 수학 26–50번을 교재 1–25번으로 정리했습니다. 한 페이지에 3문항씩, 마지막 장에는 25번을 실었습니다. 그래프와 공통 지문을 다시 작성했습니다. 별표 16번의 양의 계수 조건은 기존 해설에 맞춘 편집 보완입니다.

01 다음 중 옳지 않은 것은?

① $-1 \le x \le 0$이면 $\sin(\arccos x) \le 0$이다.

② $0 \le x \le 1$이면 $\sin(\arccos x) \ge 0$이다.

③ $\arctan x$는 모든 실수 x에 대해 잘 정의된다.

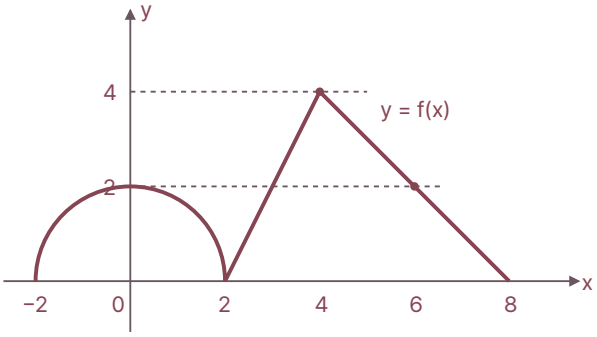
④ $\arcsin\left(\sin\left(\frac{\pi}{11}\right)\right) = \frac{\pi}{11}$이 성립한다.

⑤ 모든 실수 x에 대해 $\sin(\arcsin(\sin x)) = \sin x$가 성립한다.

02 폐구간 $[-2, 8]$에서 아래 그래프를 갖는 함수 $y = f(x)$에 대해

$$g(x) = \int_{-2}^{2x} f(t)\,dt, \quad -1 \le x \le 4$$

라 하자. $(g \circ f)'(3)$의 값은?



① 16

② -16

③ 4

④ -4

⑤ 0

03 극한의 값은?

$$\lim_{x \to 1} \frac{1 - \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)}{(x-1)^2}.$$

① 발산

② 0

③ $\frac{\pi^2}{8}$

④ $\frac{\pi^2}{4}$

⑤ $\frac{\pi^2}{2}$

아주대학교

04 곡선 $y^2 + 2x = \ln y$ 위의 점 $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$에서 접선의 기울기는?

① -4 ② -2
③ 0 ④ 2
⑤ 4

05 다음 보기에서 수렴하는 이상적분은 모두 몇 개인가?

ㄱ. $\displaystyle\int_0^2 \frac{\sin(x-1)}{|x-1|^{\frac{3}{2}}}\,\mathrm{d}x$ ㄴ. $\displaystyle\int_0^\infty e^{-\sqrt{x}}x^{2021}\,\mathrm{d}x$

ㄷ. $\displaystyle\int_0^1 \frac{1+x^{2021}}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$ ㄹ. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{1}{1+x^4}\,\mathrm{d}x$

① 0개 ② 1개
③ 2개 ④ 3개
⑤ 4개

06 곡선

$$y = \int_{\frac{\pi}{4}}^{x} \sqrt{\tan^6 t - 1}\,\mathrm{d}t, \quad \frac{\pi}{4} \le x \le \frac{\pi}{3}$$

의 길이는?

① $1 - \frac{1}{2}\ln 2$ ② $1 + \frac{1}{2}\ln 2$
③ $1 - \ln 2$ ④ $1 + \ln 2$
⑤ 1

아주대학교

07 다음 보기 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

ㄱ. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$이 조건수렴하면 $\sum_{n=1}^{\infty} n\sqrt{n}a_n$은 발산한다.

ㄴ. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$이 발산하면 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$은 발산한다.

ㄷ. $\sum_{n=0}^{\infty} (-2)^n a_n$이 수렴하면 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$의 수렴반경은 2 이상이다.

ㄹ. $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$의 수렴반경이 2 이상이면 $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n a_n$은 수렴한다.

① 0개 ② 1개

③ 2개 ④ 3개

⑤ 4개

08 곡선 $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^3}$ $(1 \le x \le 2)$, $x = 1$, $x = 2$, x축으로 둘러싸인 영역을 y축 주위로 회전한 입체의 부피는?

① $2\pi\left(\sqrt{3} + \frac{\pi}{3}\right)$ ② $2\pi\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}\right)$

③ $2\pi\left(1 + \frac{\pi}{3}\right)$ ④ $2\pi\left(1 + \frac{\pi}{6}\right)$

⑤ $2\pi\left(1 - \frac{\pi}{6}\right)$

09 수열 $a_n = (-1)^n \frac{n^{-\frac{1}{2}}}{(\ln n)^{\frac{1}{3}}}$ $(n = 2, 3, 4, \ldots)$에 대해 다음 급수 중 수렴하는 것은 모두 몇 개인가?

ㄱ. $\sum_{n=2}^{\infty} a_n$ ㄴ. $\sum_{n=2}^{\infty} |a_n|$

ㄷ. $\sum_{n=2}^{\infty} a_n^2$ ㄹ. $\sum_{n=2}^{\infty} |a_n|^3$

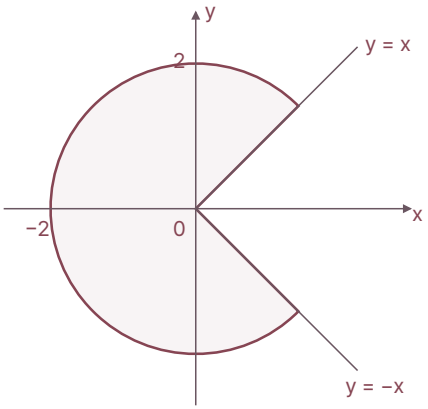
① 0개 ② 1개

③ 2개 ④ 3개

⑤ 4개

아주대학교

10 아래 그림의 색칠된 영역은 중심이 원점이고 반지름이 2인 원의 일부이다. 이 도형의 무게중심은 $(a, 0)$이다. a의 값은?



① $-\dfrac{8\sqrt{2}}{9\pi}$ ② $-\dfrac{2\sqrt{2}}{3\pi}$

③ $-\dfrac{4\sqrt{2}}{9\pi}$ ④ $-\dfrac{\sqrt{2}}{3\pi}$

⑤ 0

11 실수 전체에서 다음과 같이 정의된 함수 f에 대해 $f''(0)$의 값은?

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{|x|}} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}.$$

① 0 ② -1

③ $-\dfrac{1}{2}$ ④ 1

⑤ 존재하지 않음

12 다음 적분의 값은?

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_{\sqrt{y}}^{\frac{\sqrt{\pi}}{2}} \frac{y\cos(x^2)}{x^3}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y.$$

① $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ ② $\dfrac{1}{4}$

③ $\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$ ④ $\dfrac{1}{8}$

⑤ $\dfrac{1}{4\sqrt{2}}$

아주대학교

13 함수 $f(x)=\cos\left(\frac{x^3}{6}\right)$에 대해 $f^{(6)}(0)$의 값은?

① -20 ② -10
③ 0 ④ 10
⑤ 20

14 곡면 $4x^4+5y^4+13z^4-2x^2y^2z^2=20$ 위의 점 $(1,1,1)$에서의 접평면과 원점 사이의 거리는?

① $\frac{19}{5}$ ② $\frac{19}{13}$
③ $\frac{16}{5}$ ④ $\frac{16}{13}$
⑤ $\frac{13}{5}$

15 평면 $x+2y+z=2$, $x=2y$, $x=0$, $z=0$으로 둘러싸인 입체의 부피는?

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{1}{2}$
③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{2}{5}$
⑤ $\frac{1}{3}$

아주대학교

16* 함수 $f(x) = Ae^{\alpha x}\cos(\beta x) + Be^{\alpha x}\sin(\beta x) + Cx + D$가 다음 조건을 만족한다. $\beta > 0$은 기존 해설이 택한 계수에 맞춘 편집 보완이다.

$$f''(x) + 2f'(x) + 5f(x) = 9 + 10x,$$
$$f'(0) = 10, \quad f(0) = -1.$$

$A + B + C + D$의 값은?

① -4 ② -2
③ 0 ④ 2
⑤ 4

17 점 $P = (1, 1, 1)$, $Q = (5, -2, -1)$, $R = (1, 4, 2)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이는?

① $\frac{5}{2}$ ② $5\frac{\sqrt{3}}{2}$
③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{15}{2}$
⑤ $15\frac{\sqrt{3}}{2}$

18 두 평면 $x = \sqrt{3}y$, $x = y$ 및 타원체 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{4} = 1$로 둘러싸인 제1팔분공간의 입체 부피를

$$\int_{\alpha}^{\beta}\int_{0}^{b} F(r)\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\theta$$

로 나타낼 수 있다. $(\beta - \alpha)F\left(\frac{b}{2}\right)$의 값은? (단, $0 \le \alpha \le \beta \le \frac{\pi}{2}$)

① $\sqrt{3}\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{\pi}{6\sqrt{2}}$
③ $\sqrt{3}\frac{\pi}{6}$ ④ $\sqrt{2}\frac{\pi}{6}$
⑤ $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$

아주대학교

19 함수

$$f(x,y)=\frac{\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{x^{2n}}{n!}}{\sum_{m=0}^{\infty}\frac{y^m}{m!}}$$

에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① f는 평면 전체를 정의역으로 가진다.
② $f(-2,-4)=1$이 성립한다.
③ f는 정의역의 모든 점에서 연속이다.
④ $f_y(10,20)<0$이다.
⑤ f가 미분불가능한 점이 있다.

20 R 내부에서 f의 임계점이 (가)개이고, 그중 극대점이 (나)개, 극소점이 (다)개이다. (가)·(나)·(다)의 합은?

20–22번 공통 지문: 영역 $R=\{(x,y):x^2+y^2\le 9\}$에서 정의된 함수
$$f(x,y)=(x+y)(x^2+y^2)-6x-6y$$
에 관한 물음에 답하시오.

① 3 ② 4
③ 5 ④ 6
⑤ 7

21 20번 공통 지문에서 R 내부의 모든 안장점에서의 함수값의 합은?

① 8 ② 4
③ 0 ④ -4
⑤ -8

아주대학교

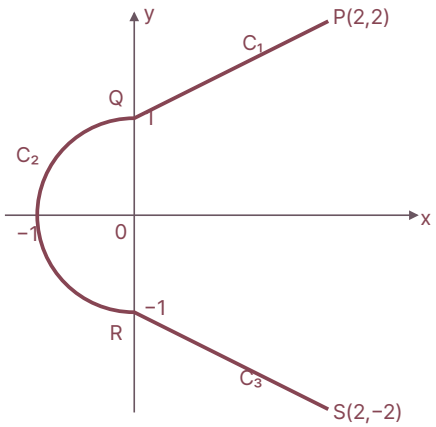
22 20번 공통 지문에서 R에서의 f의 최댓값은?

① 15
② $10\sqrt{2}$
③ 12
④ $9\sqrt{2}$
⑤ 8

23 23–25번 공통 지문의 선적분 값은?

$$\int_{C_4}\left(-\frac{y}{x^2+y^2}\,\mathrm{d}x+\frac{x}{x^2+y^2}\,\mathrm{d}y\right).$$

23–25번 공통 지문: $P=(2,2)$에서 $Q=(0,1)$로 가는 선분을 C_1, Q에서 $(-1,0)$을 거쳐 $R=(0,-1)$로 가는 반원을 C_2, R에서 $S=(2,-2)$로 가는 선분을 C_3라 하자. 이를 순서대로 연결한 곡선을 C라 한다. C_4는 P에서 S로 가는 선분이고, C_5는 원점 중심·반지름 2인 원을 반시계 방향으로 도는 곡선이다.



① $-\pi$
② $-\dfrac{\pi}{2}$
③ 0
④ $\dfrac{\pi}{2}$
⑤ π

24 23번 공통 지문의 선적분 값은?

$$\int_{C_5}\left(-\frac{y}{x^2+y^2}\,\mathrm{d}x+\frac{x}{x^2+y^2}\,\mathrm{d}y\right).$$

① -4π
② -2π
③ 0
④ 2π
⑤ 4π

아주대학교

25 23번 공통 지문의 선적분 값은?

$$\int_C \left(-\frac{y}{x^2+y^2}\,\mathrm{d}x + \frac{x}{x^2+y^2}\,\mathrm{d}y \right).$$

① $-5\dfrac{\pi}{2}$ ② $-3\dfrac{\pi}{2}$

③ $-\dfrac{\pi}{2}$ ④ $3\dfrac{\pi}{2}$

⑤ $5\dfrac{\pi}{2}$