한양대학교

문제편

25문항

원문 1번은 시험 유형 안내입니다. 수학 문항 2–26번을 교재 1–25번으로 정리했습니다. 마지막 5문항은 주관식입니다.

01 급수

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n n!}{(1 \cdot 5 \cdot 9 \cdots (4n-3))^2} x^{2n-1}$$

가 수렴하도록 하는 자연수 x의 개수는?

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

02 곡선 $y = \cosh x$ 위의 점 $(a, \cosh a)$에서 곡률이 $\frac{1}{4}$일 때 $|a|$는?

① $\ln\left(1+\sqrt{3}\right)$ ② $\ln\left(2-\sqrt{3}\right)$
③ $\ln\left(2+\sqrt{3}\right)$ ④ $\ln\left(3-\sqrt{3}\right)$
⑤ $\ln\left(3+\sqrt{3}\right)$

03 원 $x^2 + y^2 = 4$를 반시계방향으로 한 바퀴 도는 곡선 C에 대해

$$\int_C (x - y^3)\,\mathrm{d}x + x^3\,\mathrm{d}y$$

의 값은?

① 12π ② 15π
③ 18π ④ 21π
⑤ 24π

한양대학교

04 두 점 $(1,0,0)$, $(1,1,1)$을 잇는 선분을 z축 중심으로 회전시켜 얻은 곡면을 S라 하자. S와 $z=0$, $z=1$로 둘러싸인 입체의 부피는?

① $\frac{\pi}{3}$
② $2\frac{\pi}{3}$
③ π
④ $4\frac{\pi}{3}$
⑤ $5\frac{\pi}{3}$

05 함수

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{2x^2\sin y}{x^2+y^2} & ((x,y)\neq(0,0)) \\ 0 & ((x,y)=(0,0))\end{cases}$$

의 원점에서 벡터 $(1,1)$ 방향에 대한 방향도함수는?

① $-\sqrt{2}$
② $-\frac{1}{\sqrt{2}}$
③ 0
④ $\frac{1}{\sqrt{2}}$
⑤ $\sqrt{2}$

06 원 $x^2+(y-1)^2=1$을 x축을 따라 한 바퀴 굴릴 때 점 $P(0,0)$이 그리는 곡선을 C라 하자. C의 길이가 L이고 C와 x축으로 둘러싸인 넓이가 A일 때 $\frac{A}{L}$은?

① $\frac{\pi}{8}$
② $\frac{\pi}{4}$
③ $3\frac{\pi}{8}$
④ $\frac{\pi}{2}$
⑤ $5\frac{\pi}{8}$

한양대학교

07 다음 보기에서 수렴하는 특이적분을 모두 고르면?

ㄱ. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{x}}{\sin x}\,\mathrm{d}x$
ㄴ. $\int_0^{\pi} \frac{x}{1-\cos x}\,\mathrm{d}x$
ㄷ. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{(x^2+2)\ln(x^2+2)}\,\mathrm{d}x$

① ㄱ
② ㄴ
③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ
⑤ ㄴ, ㄷ

08 극한의 값은?

$$\lim_{n\to\infty}\left(\sum_{k=1}^{n}\sqrt{1+\cos\left(\frac{\pi k}{2n}\right)}\right)\sqrt{1-\cos\left(\frac{\pi}{2n}\right)}.$$

① 1
② $\sqrt{2}$
③ 2
④ $2\sqrt{2}$
⑤ 4

09 연립방정식

$$\begin{cases} x+2y+z=4 \\ 2x-y+z=9 \\ -x+y+2z=5 \end{cases}$$

의 해가 $x=a$, $y=b$, $z=c$일 때 $a^2+b^2+c^2$은?

① 21
② 24
③ 27
④ 30
⑤ 33

한양대학교

10 선형사상 $T(x,y,z)=\begin{pmatrix}1&2&2\\0&3&6\\1&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$의 치역이

$$\mathrm{Im}\ T=\left\{\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}:ax+by+3z=0\right\}$$

일 때 a^2+b^2은? 단, a,b는 상수이다.

① 5 ② 8
③ 10 ④ 13
⑤ 17

11 차수 2 이하 다항식의 공간 P_2에서 $T(f)=f'+f''$라 하자. 기저 $B=\{1,x,x^2\}$에 관한 표현행렬 A의 모든 성분의 합은?

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

12 행렬 $A=\begin{pmatrix}1&1&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&2\end{pmatrix}$의 최소다항식은?

① x^2-3x+2 ② x^3-4x^2+5x-2
③ x^3-5x^2+8x-4 ④ $x^4-5x^3+9x^2-7x+2$
⑤ $x^4-6x^3+13x^2-12x+4$

한양대학교

13 $v=(1,1,1,1)^T$, $w=(1,-1,-1,1)^T$가 생성하는 부분공간 W 위 정사영을 P라 하자. $\mathbb{R}^4$의 표준기저에 관한 P의 표현행렬 M의 모든 성분 합은?

① 4 ② 5
③ 6 ④ 7
⑤ 8

14 행렬

$$A=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\2&4&6&8&10\\3&6&9&12&15\\4&8&12&16&20\\5&10&15&20&25\end{pmatrix}$$

의 서로 다른 고윳값 개수를 a, 그 서로 다른 값들의 합을 b라 할 때 $a+b$은?

① 49 ② 51
③ 53 ④ 55
⑤ 57

15 $f(t)=1-e^{-t}+e^{-2t}$의 라플라스 변환을 $G(s)$라 할 때 $G(4)$는?

① $\frac{3}{20}$ ② $\frac{1}{6}$
③ $\frac{11}{60}$ ④ $\frac{1}{5}$
⑤ $\frac{13}{60}$

한양대학교

16 연립 미분방정식

$$\begin{pmatrix} x'(t) \\ y'(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

의 초기조건이 $x(0) = 3$, $y(0) = -4$일 때 $-x(\pi) + 3y(\pi)$는?

① 11 ② 22

③ 33 ④ 44

⑤ 55

17 $y'' - y = e^x \cos x$, $y(0) = y'(0) = 2020$일 때 $\lim_{x \to -\infty} e^x y(x)$는?

① $-\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{5}$

③ 0 ④ $\frac{1}{5}$

⑤ $\frac{1}{3}$

18 탄소 동위원소 ^{14}C의 반감기는 약 5730년이다. 화석 속 ^{14}C가 원래 양의 1% 남았을 때 화석의 나이는? 단, $\ln 2 = 0.693\ldots$, $\ln 100 = 4.605\ldots$이다.

① 약 35000년 ② 약 38000년

③ 약 41000년 ④ 약 44000년

⑤ 약 47000년

한양대학교

19 미분방정식

$$y\cosh(xy)\,\mathrm{d}x + (x\cosh(xy) + e^y)\,\mathrm{d}y = 0$$

의 해가 $y(0) = \ln 2$를 만족할 때 $y(1)$은?

① $\ln\left(\dfrac{1+\sqrt{7}}{5}\right)$ ② $\ln\left(\dfrac{1+\sqrt{7}}{3}\right)$

③ $\ln\left(\dfrac{2+\sqrt{7}}{5}\right)$ ④ $\ln\left(\dfrac{2+\sqrt{7}}{3}\right)$

⑤ $\ln\left(\dfrac{3+\sqrt{7}}{5}\right)$

20 $(x^2+1)y'' - xy' + y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$일 때 $y(1)$은?

① $\sqrt{2} - \ln\left(1+\sqrt{2}\right)$ ② $2\sqrt{2} - \ln\left(1+\sqrt{2}\right)$

③ $3\sqrt{2} - \ln\left(1+\sqrt{2}\right)$ ④ $4\sqrt{2} - \ln\left(1+\sqrt{2}\right)$

⑤ $5\sqrt{2} - \ln\left(1+\sqrt{2}\right)$

21 [주관식] $\lim_{x\to 0} \frac{e^{-\frac{x^2}{2}} - \cos x}{x^4} = \frac{q}{p}$일 때 $p+q$을 구하시오. 단, p, q는 서로소인 자연수이다.

답: _____

한양대학교

22 [주관식] 곡면 $z = 3\sqrt{y}$와 세 평면 $x + 2y = 2$, $x = 0$, $z = 0$으로 둘러싸인 입체의 부피가 a일 때 $20a$를 구하시오.

답: _____

23 [주관식] $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 & -2 \\ 2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$의 행렬식을 구하시오.

답: _____

24 [주관식] 이차곡선

$$5x^2 - 4xy + 8y^2 + 4\sqrt{5}x - 16\sqrt{5}y + 4 = 0$$

을 회전·평행이동하면 $\frac{x^2}{A} + \frac{y^2}{B} = 1$이 된다. 상수 A, B의 곱 AB를 구하시오.

답: _____

한양대학교

25 [주관식] 두 급수

$$y_1(x) = 1 - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{a} + \cdots,$$
$$y_2(x) = x - \frac{x^4}{12} + \frac{x^6}{b} + \cdots$$

가 $y'' + (\sin x)y = 0$의 해일 때 $a + b$를 구하시오. 단, a, b는 상수이다.

답: _____