국민대학교

문제편

25문항

01 극한 $\lim_{x\to 0} x\sin\left(\frac{1}{x^2}\right)$의 값은?

① 0
② 1
③ -1
④ ∞

02 정적분 $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} 2\cot\theta\csc^2\theta\,\mathrm{d}\theta$의 값은?

① $\frac{1}{2}$
② $-\frac{1}{2}$
③ 1
④ -1

03 함수 $f(x)=\int_0^{x^2}\left(1+\sin\sqrt{t}\right)\mathrm{d}t$에 대하여 $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$의 값은?

① 0
② $\frac{\pi}{2}$
③ π
④ 2π

국민대학교

04 점 $(1,-2)$에서 함수 $f(x,y)=x^3y^2-2y$를 벡터 $v=\left(\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right)$ 방향으로 미분한 방향도함수의 값은?

① $\frac{8}{5}$
② $\frac{9}{5}$
③ 2
④ $\frac{12}{5}$

05 영역 $R=\{(x,y)\mid 1\le x\le 3, 1\le y\le 3\}$에서 $f(x,y)=\frac{1}{xy}$일 때, $\iint_R f(x,y)\,\mathrm{d}A$의 값은?

① $\frac{1}{9}$
② $(\ln 3)^2$
③ $\frac{1}{(\ln 3)^2}$
④ $\frac{1}{3}$

06 실수 행렬 A의 행렬식 $\det A$의 값은?

$$A=\begin{pmatrix}1&0&1&0\\0&1&0&1\\1&0&1&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}.$$

① -1
② 0
③ 1
④ 3

국민대학교

07 다음 중 참인 것을 모두 고르면?

(가) 폐구간 $[a,b]$에서 정의된 f가 연속이고 역함수가 존재하면, f는 (a,b)에서 증가함수 또는 감소함수이다.
(나) $[a,b]$에서 연속인 f는 이 구간에서 최댓값과 최솟값을 가진다.
(다) $[a,b]$에서 정의된 f가 (a,b)에서 미분 가능하면, f는 $[a,b]$에서 최댓값을 가진다.
(라) 미분 가능한 두 함수 f,g가 (a,b)에서 $f(x)>g(x)$이면 같은 구간에서 $f'(x)>g'(x)$이다.

① (가), (나)
② (가), (다)
③ (나), (라)
④ (다), (라)

08 다음 급수 중 수렴반경이 가장 큰 것은?

① $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} n^{2018}x^n$
② $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}\right)x^n$
③ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!(n+1)!}{(2n)!}x^n$
④ $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\frac{x^n}{(\ln n)^{2018}}$

09 임의의 두 실수 정사각행렬 A,B에 대하여 참인 것을 모두 고르면?

(가) $\det(AB)=\det B\det A$.
(나) A가 가역이면 $\det(A^{-1})=\det A$.
(다) $\det(A^T)=\det A$.
(라) A가 직교행렬이면 $\det A=1$.
(마) A와 B가 닮음이면 $\det A=\det B$.
(바) $\mathrm{tr}(AB)=\mathrm{tr}(BA)$.

① (가), (다), (마), (바)
② (가), (나), (다), (바)
③ (가), (다), (라), (바)
④ (나), (라), (마), (바)

국민대학교

10 실수 행렬 $A=\begin{pmatrix}-1 & -2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$에 대하여 A^8의 대각합 $\mathrm{tr}(A^8)$의 값은?

① 128 ② 129
③ 256 ④ 257

11 다음 중 연속함수를 모두 고르면?

(가)
$$f(x)=\begin{cases}\frac{\sin x}{x} & x\neq 0\\ 1 & x=0\end{cases}.$$

(나)
$$f(x)=\begin{cases}x\sin\left(\frac{1}{x}\right) & x\neq 0\\ 0 & x=0\end{cases}.$$

(다)
$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{2xy}{x^2+y^2} & (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}.$$

(라)
$$f(x,y)=\begin{cases}0 & xy\neq 0\\ 1 & xy=0\end{cases}.$$

① (가), (나), (다) ② (가), (나)
③ (가), (나), (라) ④ (다), (라)

12 $f(x)=-4x(x-1)$일 때, 구간 $0<x<1$에서 $f^{2018}(x)$의 미분불가능한 점의 개수는?
단, $f^n(x)=\begin{cases}f(x) & n=1\\ f(f^{n-1}(x)) & n\geq 2\end{cases}$.

① 2017개 ② 2018개
③ $2^{2017}-1$개 ④ $2^{2018}-1$개

국민대학교

13 함수 $f(x)=\frac{\sin x}{\sqrt{1-x^2}}$의 테일러급수 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$에서 $a_0+a_1+a_2+a_3$의 값은?

① 1 ② $\frac{2}{3}$

③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$

14 곡면 $z=3y^2-6xy+2x^3-3x^2+1$의 안장점을 (α,β,γ)라 할 때, $\alpha+\beta$의 값은?

① 0 ② 4

③ 2 ④ -4

15 미분방정식 $t^2y''+ty'-y=0$, $y(1)=5$, $y'(1)=-3$을 만족하는 $y(t)$의 최솟값은? ($t>0$)

① 3 ② 4

③ 5 ④ 6

국민대학교

16 곡선 C를 $r(t)=\left(\sqrt{2}\cos t, \sqrt{2}\sin t\right)$, $0 \le t \le \frac{\pi}{4}$로 정의할 때, 벡터장 $F(x,y)=(y,x)$에 대한 선적분 $\int_C F \cdot \mathrm{d}r$의 값은?

① 0
② 1
③ $\sqrt{2}$
④ $-\sqrt{2}$

17 함수 $f(x)=x^3-x$에 대하여 $f(f(x))=f(x)$를 만족하는 실수 x의 개수는?

① 1개
② 3개
③ 5개
④ 7개

18 극곡선 $r=2\sqrt{2}(1+\cos\theta)$로 둘러싸인 영역의 넓이는?

① 6π
② 12π
③ 8π
④ 16π

국민대학교

19 선형사상 $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$이 다음과 같이 정의될 때, $\dim(\operatorname{im} T) + \dim(\ker T)$의 값은?

$$T(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 + x_3 + x_4, x_2 + x_4, x_1 - x_2 + x_3).$$

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4

20 미분방정식 $y' + 2ty = 2018$을 만족하는 함수 $y(t)$에 대하여 $\lim_{t\to\infty} y(t)$의 값은? ($t > 0$)

① 0 ② 1
③ 2018 ④ -2018

21 다음 중 $\frac{\pi}{4}$와 값이 다른 것은?

① $\arctan\left(\frac{1}{2}\right) + \arctan\left(\frac{1}{3}\right)$

② $\arctan\left(\frac{1}{4}\right) + \arctan\left(\frac{3}{5}\right)$

③ $\arctan\left(\frac{1}{5}\right) + \arctan\left(\frac{2}{3}\right)$

④ $\arctan\left(\frac{1}{8}\right) + \arctan\left(\frac{5}{13}\right)$

국민대학교

22 다음 중 수렴하는 이상적분의 개수는?

(가) $\int_0^1 \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$ (나) $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,\mathrm{d}x$

(다) $\int_0^1 x\sin\left(\frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x$ (라) $\int_0^1 \sin\left(\frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x$

① 1개 ② 2개

③ 3개 ④ 4개

23 곡선 $3x = y^3$, $x = 0$, $y = 1$로 둘러싸인 영역을 y축 둘레로 회전하여 만든 입체의 겉넓이는?

① $\frac{2\sqrt{2}}{9}\pi$ ② $\frac{2\sqrt{2}+1}{9}\pi$

③ $\frac{2}{9}\pi$ ④ $\frac{\sqrt{2}+1}{9}\pi$

24 $1 \le a < 4$일 때, 영역 $x^2 + (y-a)^2 \le 1 - \frac{a}{4}$를 x축 둘레로 회전시켜 만든 입체 V_a의 부피를 최대로 하는 a의 값은?

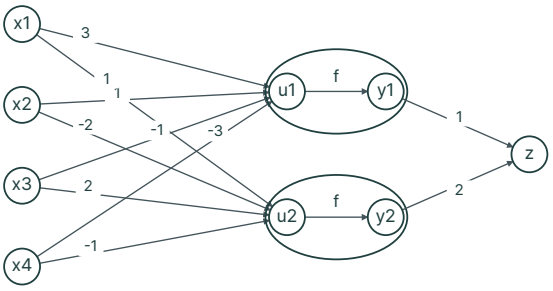
① 1 ② $\frac{3}{2}$

③ 2 ④ $\frac{5}{2}$

국민대학교

25 다음 신경망에서 $f(u)=\frac{1}{1+e^{-u}}$일 때, $(1,1,1,1)$에서 가장 큰 편미분 값은?

$$u_1 = 3x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4,$$
$$u_2 = x_1 - 2x_2 + 2x_3 - x_4,$$
$$y_1 = f(u_1), \quad y_2 = f(u_2), \quad z = y_1 + 2y_2.$$



① $\frac{\partial z}{\partial x_1}|_{(1,1,1,1)}$

② $\frac{\partial z}{\partial x_2}|_{(1,1,1,1)}$

③ $\frac{\partial z}{\partial x_3}|_{(1,1,1,1)}$

④ $\frac{\partial z}{\partial x_4}|_{(1,1,1,1)}$