이화여자대학교

문제편

30문항

별표(*) 문항은 원문 오류를 정정한 학습용 문항입니다. 정정 전 조건과 사유는 해당 해설에 표시했습니다.

01 수열 $x_{n+1}=2+\sqrt[3]{x_n^2-8},\ n\geq 1,\ x_1=2\frac{\pi}{3}$의 극한은? (세제곱근은 실수값이다.)

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

02 $\lim_{x\to\infty}\left[x-x^2\ln\left(\frac{1+x}{x}\right)\right]$의 값은?

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

03 급수 $\sum_{k=2}^{2021}\binom{2021}{k}2^k(-1)^{2021-k}$의 값은?

① -4040 ② -2021 ③ 2020
④ 2021 ⑤ 4040

이화여자대학교

04 다음 특이적분 중 수렴하는 것을 모두 고르시오.

a. $\displaystyle\int_1^\infty \frac{\arctan x}{x^2}\,\mathrm{d}x$

b. $\displaystyle\int_{-\infty}^0 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}\,\mathrm{d}x$

c. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{x}{1+x^2}\,\mathrm{d}x$

d. $\displaystyle\int_{-\infty}^\infty \operatorname{sech} x\,\mathrm{d}x$

① a, b, c ② a, b, d
③ a, c, d ④ b, c, d
⑤ a, b, c, d

05 다음 급수 중 수렴하는 것을 모두 고르시오.

a. $\displaystyle\sum_{n=8}^\infty \frac{1}{n\ln n(\ln(\ln n))^2}$

b. $\displaystyle\sum_{n=1}^\infty \left(\sqrt{n+\frac{1}{n}}-\sqrt{n}\right)$

c. $\displaystyle\sum_{n=1}^\infty \frac{(n+1)^n}{n^{n+1}}$

d. $\displaystyle\sum_{n=1}^\infty (-1)^n n\tan\left(\frac{1}{n}\right)$

① a, b ② a, c ③ b, c ④ b, d ⑤ c, d

06 실수항 급수에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르시오.

a. $\sum x_n$이 수렴하면 $\sum x_{2n}$도 수렴한다.
b. $\sum x_n$, $\sum y_n$이 각각 수렴하면 $\sum x_n y_n$도 수렴한다.
c. $\sum |x_n|$이 수렴하면 $\sum x_n^2$도 수렴한다.
d. $\sum x_n^2$이 수렴하면 $\sum \left|\frac{x_n}{n}\right|$도 수렴한다.

① a, b ② a, c ③ b, c ④ b, d ⑤ c, d

이화여자대학교

07 $\left(-\infty, \frac{3}{4}\right)$에서 $f(x) = x^4 - x^3 + 1$이고 $g(x) = f(7f^{-1}(x))$이다. $g'(3)$의 값은?

① -1519 ② -217 ③ 217
④ 1519 ⑤ -1

08 행렬 A의 고윳값을 모두 더한 값과 곱한 값을 각각 a, b라 한다. ab의 값은?

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 3 \\ 0 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

① -40 ② -20 ③ 0 ④ 20 ⑤ 40

09 행렬 $A = PDP^{-1}$이고 $D = \mathrm{diag}(d_1, d_2, d_3)$이다. $d_1 d_2 d_3$의 값은?

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

① -28 ② -21 ③ 6 ④ 8 ⑤ 14

이화여자대학교

10 다음 두 멱급수의 수렴반경을 각각 R_1, R_2라 할 때, $R_1 R_2$의 값은?

1) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n (x+3)^n}{n 2^n}$

2) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} n(n-1)(2x)^n$

① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ ∞

11* 3차원 벡터 u, v, w에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르시오. $\cdot$는 내적, $\times$는 외적이다.

a. $u \cdot (u \times v) = 0$

b. $u \cdot v = 0$, $u \times v = 0$이면 $u = 0$ 또는 $v = 0$이다.

c. $u \times v = u \times w$이면 $v = w$이다.

d. $|u \cdot (v \times w)| \le \|u\|\|v\|\|w\|$

① a, b ② b, c
③ a, b, d ④ a, c, d
⑤ a, b, c

12 방정식 $-\frac{1}{2}\cos(2x) + \cos x - \alpha = 0$이 $[-\pi, \pi]$에서 서로 다른 실근 4개를 갖는 α의 범위는?

① $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ ② $\left(0, \frac{3}{4}\right)$ ③ $(0, 1)$
④ $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ ⑤ $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$

이화여자대학교

13 $n \times n$ 행렬 A에 대한 다음 명제 중 나머지와 동등하지 않은 것은?

a. A가 가역이다.
b. $\det A \neq 0$
c. A의 행벡터들이 일차독립이다.
d. $\mathrm{rank}(A) = n$
e. 0이 A의 고윳값이다.

① a ② b ③ c ④ d ⑤ e

14 세 변의 길이가 a, b, c인 삼각형에서 $a+b+c=12$, $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$이다. 넓이는?

① $\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{3}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{3}$

15 3차원 단위벡터 u가 $i-j$와 $i+j+k$에 모두 직교한다. u가 될 수 있는 것을 모두 고르시오. i, j, k는 표준 단위벡터이다.

a. $\frac{1}{\sqrt{6}}(i+j-2k)$
b. $\frac{1}{\sqrt{6}}(-i+j+2k)$
c. $\frac{1}{\sqrt{6}}(i-j-2k)$
d. $\frac{1}{\sqrt{6}}(-i-j+2k)$

① a, c ② b, c ③ a, d ④ c, d ⑤ b, d

이화여자대학교

16 적분 $\int_0^1 \int_{\arcsin y}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1+\cos^2 x}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$의 값은?

① $\frac{\ln 3}{3}$ ② $\frac{\ln 2}{2}$ ③ $\frac{\ln 3}{4}$
④ $\frac{\ln 2}{4}$ ⑤ $\frac{\ln 2}{3}$

17 $f(x) = x + x^2 + x^3$일 때 다음 정적분의 값은?

$$\int_0^3 \frac{\mathrm{d}x}{f'(f^{-1}(x))\left(1+(f^{-1}(x))^2\right)}.$$

① $\arctan 1$ ② $2\arctan 1$
③ $3\arctan 1$ ④ $2\arctan 3$
⑤ $3\arctan 3$

18 $f(x) = x^2 - \sqrt{2}x + 2$일 때 $f(x^6)$을 $f(x)$로 나눈 나머지는?

① $60 - 8\sqrt{2}$ ② $60 - 4\sqrt{2}$
③ $66 + 8\sqrt{2}$ ④ $60 + 4\sqrt{2}$
⑤ $66 - 8\sqrt{2}$

이화여자대학교

21~30번 공통 보기

21~30번은 아래 공통 보기에서 답을 고르시오. 같은 보기를 여러 문항에 중복 사용할 수 있습니다.

①	10	②	$\frac{1}{15}$	③	$\frac{2}{5}$	④	4	⑤	$\sqrt{5}$
⑥	6	⑦	7	⑧	8	⑨	$\frac{2}{15}$	⑩	$\frac{1}{5}$
⑪	π	⑫	$1+\pi$	⑬	$\frac{\pi}{2}$	⑭	$\frac{\pi}{4}$	⑮	π^2
⑯	$\frac{2+\sqrt{2}}{2}$	⑰	$\frac{1-\sqrt{2}}{2}$	⑱	-6	⑲	-8	⑳	-10

19 평면 $2x-2y+z-1=0$과 평행하며 거리가 1인 평면을 모두 고르시오.

a. $2x-2y+z-4=0$

b. $2x-2y+z-2=0$

c. $2x-2y+z=0$

d. $2x-2y+z+2=0$

① a, b ② a, d ③ b, c ④ a, c ⑤ b, d

20 다음 명제 중 옳은 것을 모두 고르시오. $-C$는 C의 방향을 반대로 한 곡선이고 s는 호의 길이이다. c에서 u는 단위 방향벡터이다.

a. $\displaystyle\int_C f(x,y)\,\mathrm{d}x = -\int_{-C} f(x,y)\,\mathrm{d}x$

b. $\displaystyle\int_C f(x,y)\,\mathrm{d}s = -\int_{-C} f(x,y)\,\mathrm{d}s$

c. $f(x,y)=\cos x+\sin y$이면 $|D_u f|\le\sqrt{2}$이다.

d. $\displaystyle\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}\sin(x^2+y^2)\tan y\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x = 0$

① a, c ② b, c
③ b, d ④ a, c, d
⑤ a, b, d

21 a, b는 $[1,10]$의 자연수이다. $f(x)=4x^2+4(a+b)x+4ab+1$의 그래프가 x축과 만나지 않는 순서쌍 (a,b)의 개수는?

공통 보기 번호: _____

이화여자대학교

22 직육면체의 가로·세로·높이가 $x, y, z > 0$이고 모든 모서리 길이의 합이 24이다. 부피의 최댓값은?
공통 보기 번호:

23 급수 $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n-1}}{\sqrt{n^2-1}}$의 값은?
공통 보기 번호:

24 급수 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$의 값은? (힌트: $\frac{1}{1+x^2} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n}$.)
공통 보기 번호:

이화여자대학교

25 $-\frac{\pi}{4} \le x \le \frac{\pi}{4}$에서 $y = 2\cos x$, $y = \sec x$로 둘러싸인 영역을 x축 주위로 회전한 입체의 부피는?

공통 보기 번호:

26* 음이 아닌 모든 실수 x에서 $\arcsin\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = a\arctan\left(x^b\right) + c$이다. 주값 $\arcsin : [-1, 1] \to \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, $\arctan : \mathbb{R} \to \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$에 대해 $2b - ac$의 값은?

공통 보기 번호:

27* $\mathbb{R}^3$의 기저 v_1, v_2, v_3에 대해 실수 3×3 행렬 A가 아래 조건을 만족한다. I는 단위행렬이다. $\det A$의 값은?

$$(A - I)(v_1 + v_2) = 0,$$
$$(A - 2I)(v_2 + v_3) = 0,$$
$$(A + 4I)(v_3 + v_1) = 0.$$

공통 보기 번호:

이화여자대학교

28 E는 $y = x^2$와 평면 $x = z$, $x = y$, $z = 0$으로 둘러싸인 입체이다. $\iiint_E (x + 2y)\,\mathrm{d}V$의 값은?

공통 보기 번호: _____

29 $\lim_{x\to\infty} x^{\ln \frac{5}{1+2\ln x}}$의 값은?

공통 보기 번호: _____

30* 실수 전체에서 연속인 f가 아래 적분식을 모든 실수 x에서 만족한다. $g(x) = \sin(|x - a|)f(x)$가 실수 전체에서 미분 가능하게 되는 $a \in [-4\pi, 4\pi]$의 개수는?

$$\sin x \int_0^x f(t)\,\mathrm{d}t - \int_0^x \sin t f(t)\,\mathrm{d}t = \cos^2 x - 1.$$

공통 보기 번호: _____