인하대학교

문제편

30문항

원문 배점: 1~15번 1점, 16~25번 1.5점, 26~30번 2점. 문제 조건과 선택지의 값·순서를 대조했습니다.

01 함수 $f(x) = x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 20x + 20$의 최솟값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 11

02 공간의 두 벡터 a, b는 $\|a\| = 1$, $\|b\| = 2$, $a \cdot b = 1$을 만족한다. $\|(a - b) \times (a \times b)\|$의 값은?

① $\dfrac{1}{3}$ ② $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ ③ 1 ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 3

03 극한 $\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\ln(\sin x)}{1 - \sin x}$의 값은?

① -2 ② $-\dfrac{3}{2}$ ③ -1 ④ $-\dfrac{1}{2}$ ⑤ 0

인하대학교

04 구간 $(0, \infty)$에서 함수 $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$의 최댓값은?

① $\frac{1}{e}$ ② $\frac{2}{e}$ ③ e ④ $2e$ ⑤ e^2

05 독립 사건 A, B의 확률이 $\mathrm{P}(A) = \frac{1}{3}$, $\mathrm{P}(B) = \frac{1}{2}$일 때, $\mathrm{P}\left(A^C \cap B^C\right)$의 값은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

06 정적분 $\int_1^e (\ln x)^2 \, \mathrm{d}x$의 값은?

① $e-2$ ② $e-1$ ③ e ④ $e+1$ ⑤ $e+2$

인하대학교

07 함수 f가 모든 실수 $0 < x < \pi$에 대해 $f(\cot x) = x$를 만족할 때, $f\left(\frac{1}{3}\right) + f(1) + f(3)$의 값은?

① $\frac{\pi}{2}$ ② $2\frac{\pi}{3}$ ③ $3\frac{\pi}{4}$
④ $4\frac{\pi}{5}$ ⑤ $5\frac{\pi}{6}$

08 $x^2 + y^2 = 4$를 만족하는 x, y에 대해 $2x - y$의 최댓값은?

① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ 4 ⑤ $2\sqrt{5}$

09 다음 서술 중 옳은 것을 모두 고르면?

ㄱ. $\sinh^2 x - \cosh^2 x = 1$

ㄴ. $\frac{d}{dx}\sinh x = \cosh x$

ㄷ. $\frac{d}{dx}\sinh^{-1} x = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

인하대학교

10 함수 $f(x) = x - \int_0^x \ln(x-t)\,dt$에 대해, 점 $(1, f(1))$에서 곡선 $y = f(x)$의 접선 방정식은?

① $y = x + 1$ ② $y = x + 2$
③ $y = x + 3$ ④ $y = 2x + 1$
⑤ $y = 2x + 2$

11 공간의 두 점 $(5, -1, 4)$와 $(-3, 7, -2)$에서 같은 거리에 있는 점들이 모두 $ax + by + cz = 1$을 만족한다. $a + b + c$의 값은?

① 0 ② $-\frac{1}{5}$ ③ $-\frac{2}{5}$ ④ $-\frac{3}{5}$ ⑤ $-\frac{4}{5}$

12 멱급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{1\times3\times5\times\cdots\times(2n+1)} x^n$의 수렴반경은?

① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ ∞

인하대학교

13 미분방정식 $f'(t) = 2tf(t)$, $f(1) = 1$의 해에 대해 $f(0)$의 값은?

① 0 ② $\frac{1}{e^2}$ ③ $\frac{1}{e}$ ④ 1 ⑤ e

14 두 곡선 $y = \sqrt{x}$, $y = x^2$로 둘러싸인 영역을 x축 주위로 회전시켜 얻는 부피는?

① $3\frac{\pi}{10}$ ② $2\frac{\pi}{5}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $3\frac{\pi}{5}$ ⑤ $7\frac{\pi}{10}$

15 곡면 $x^2 + y^4 + z^6 = 26$ 위의 점 $(3, 2, 1)$에서의 접평면이 $ax + by + cz = 1$일 때, $a + b + c$의 값은?

① 0 ② 1 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

인하대학교

16 극곡선 $r = 1 + 2\cos\theta$ 위의 직교좌표점 $\left(1, \sqrt{3}\right)$에서 접선의 기울기는?

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ 1

17 $0 < x < 1$에서 $\tan^{-1}(x^2) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$일 때, $\sum_{n=0}^{10} a_n$의 값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{7}{15}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{11}{15}$ ⑤ $\frac{13}{15}$

18 미분방정식의 해 $f(t)$에 대해 $\lim_{t\to\infty} \frac{f(t)}{e^{2t}}$의 값은?

$$f''(t) - 4f(t) = e^t, \quad f(0) = 1, f'(0) = 3.$$

① $\frac{6}{5}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

인하대학교

19 두 포물면 $z = 20 - 2x^2 - 3y^2$와 $z = 3x^2 + 2y^2$로 둘러싸인 영역의 부피는?

① 8π ② 16π ③ 24π ④ 32π ⑤ 40π

20 이상적분 $\int_0^\infty \sqrt{t}e^{-t}\,\mathrm{d}t$의 값은?

① $\sqrt{\pi}$ ② $\dfrac{\sqrt{\pi}}{2}$ ③ $\dfrac{\sqrt{\pi}}{3}$

④ $\dfrac{\sqrt{\pi}}{4}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{\pi}}{5}$

21 다음 삼중 이상적분의 값은?

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$
$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\rho}}{\rho}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z.$$

① 4π ② 5π ③ 6π ④ 7π ⑤ 8π

인하대학교

22 원판 $D=\{(x,y)\mid x^2+y^2\le 1\}$에서 정의된 $f(x,y)=xy$의 그래프로 주어지는 곡면의 넓이는?

① $\frac{2\pi}{3}\left(2\sqrt{2}-1\right)$ ② $\frac{4\pi}{3}\left(\sqrt{2}-1\right)$

③ $\frac{2\pi}{3}\left(2\sqrt{2}+1\right)$ ④ $\frac{4\pi}{3}\left(\sqrt{2}+1\right)$

⑤ $\frac{4\sqrt{2}\pi}{3}$

23 C가 반시계 방향의 타원 $4x^2+9y^2=25$일 때, $\int_C x\,dy-y\,dx$의 값은?

① $23\frac{\pi}{3}$ ② 8π ③ $25\frac{\pi}{3}$ ④ $26\frac{\pi}{3}$ ⑤ 9π

24 D는 $y=x^2$와 $y=1$로 둘러싸인 영역이고, C는 그 경계를 반시계 방향으로 도는 곡선이다. 다음 선적분의 값은?

$$\int_C \left(2x^2y+\sin(x^2)\right)dx+\left(x^3+e^{y^2}\right)dy.$$

① 0 ② $\frac{2}{15}$ ③ $\frac{4}{15}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{8}{15}$

인하대학교

25 영역 V가 아래와 같을 때, 삼중적분 $\int_V xyz\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$의 값은?

$$V=\{(x,y,z)\mid (x+1)^2+y^2\le 1, y\ge 0, 0\le z\le 2\}.$$

① 0 ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{2}{3}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{4}{3}$

26 양의 실수에서 미분 가능한 함수 f가 다음 식을 만족할 때, $f(1)$의 값은?

$$\int_0^x (x^2-t^2)f(t)\,\mathrm{d}t = x^4\ln\left(\frac{x^4}{e}\right).$$

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

27 $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$와 곡면 S가 아래와 같을 때, 곡면 적분 $\int_S z\,\mathrm{d}S$의 값은?

$$f(x,y)=\frac{1}{2}(x^2+y^2),$$
$$S=\{(x,y,z)\mid x^2+y^2\le 1, z=f(x,y)\}.$$

① $\frac{\pi}{15}\left(1+\sqrt{2}\right)$ ② $\frac{2\pi}{15}\left(1+\sqrt{2}\right)$
③ $\frac{\pi}{5}\left(1+\sqrt{2}\right)$ ④ $\frac{4\pi}{15}\left(1+\sqrt{2}\right)$
⑤ $\frac{\pi}{3}\left(1+\sqrt{2}\right)$

인하대학교

28 행렬 $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 0\end{pmatrix}$에 대해 행렬 B가 $6B-A=AB$를 만족한다. B의 대각원소의 합은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

29 S는 구면 $x^2+y^2+z^2=1$이고 n은 외부로 향하는 단위법선벡터이다. 벡터장 F의 유속 $\int_S F\cdot n\,\mathrm{d}S$의 값은? (예: $(0,0,1)$에서 $n=(0,0,1)$.)

$$F=\left(x^3+e^{y^2},\,3yz^2+\sin z,\,3y^2z\right).$$

① $4\frac{\pi}{5}$ ② $6\frac{\pi}{5}$ ③ $8\frac{\pi}{5}$ ④ 2π ⑤ $12\frac{\pi}{5}$

30 S는 포물면 $z=3-x^2-y^2$ 중 평면 $z=2x$의 윗부분이고 n은 위로 향하는 단위법선벡터이다. $F=(z^2,x^2,y^2)$일 때 $\int_S(\nabla\times F)\cdot n\,\mathrm{d}S$의 값은? (예: $(0,0,3)$에서 $n=(0,0,1)$.)

① -8π ② -6π ③ -4π
④ -2π ⑤ 0