성균관대학교

문제편

20문항

한 페이지에 3문항씩 배치했습니다. 원문 수학 26-45번을 교재 1-20번으로 정리했습니다. * 표시 문항은 원문 조건의 오류·누락 또는 정의를 보완했습니다. 해설 앞 대조 내용을 확인하세요.

01 극좌표 곡선 $r = 2\cos\theta$의 내부와 곡선 $r = 1$의 외부의 공통 부분의 넓이는?

① $\dfrac{\sqrt{3}}{4} + \dfrac{\pi}{6}$

② $\dfrac{1}{2} + \dfrac{\pi}{6}$

③ $\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{\pi}{6}$

④ $\dfrac{1}{2} + \dfrac{\pi}{3}$

⑤ $\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{\pi}{3}$

02 $A = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.2 \\ 0.1 & 0.8 \end{pmatrix}$에 대해 $\lim_{k\to\infty} A^k$는?

① $\dfrac{1}{6}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

② $\dfrac{1}{5}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

③ $\dfrac{1}{4}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

④ $\dfrac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

⑤ $\dfrac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

03 적분 $\int_{-2}^{0}\int_{-x}^{2} e^{y^2}\,dy\,dx$의 값은?

① $\dfrac{e^4 - 1}{2}$

② $\dfrac{e^4 - 1}{3}$

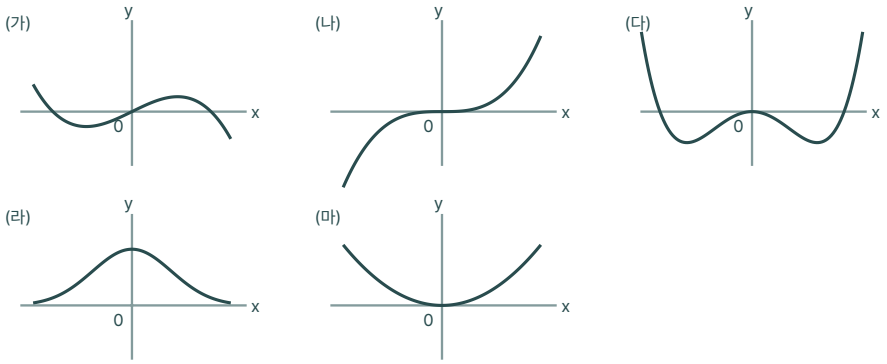
③ $\dfrac{e^4 - 1}{4}$

④ $e^4 - 2$

⑤ $e^4 - 1$

성균관대학교

04 미분방정식 $\frac{dy}{dx} = -2xy$의 해의 형태인 그래프는? 아래 그림 (가)-(마)는 원문의 보기 순서와 같다.



① 그래프 (가)
② 그래프 (나)
③ 그래프 (다)
④ 그래프 (라)
⑤ 그래프 (마)

05* 실수 정사각행렬에 관한 다음 설명 중 옳지 않은 것은? 각 설명의 행렬 크기는 그 설명에 제시된 크기를 따른다.

① A가 대칭행렬이면 고윳값은 항상 실수이다.
② $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$의 영공간은 1차원이다.
③ A가 대칭행렬이면 항상 대각화 가능하다.
④ $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$가 해를 가지면 $\boldsymbol{b}$는 A의 열공간에 속한다.
⑤ A가 가역이면 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$은 자명해만 갖는다.

06* $\boldsymbol{a} \in \mathbb{R}^2$는 영벡터가 아니고 $W = \mathrm{span}\{\boldsymbol{a}\}$라 하자. $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$가 W로의 직교사영일 때, 표준행렬 P의 고윳값에 대한 옳은 설명은?

① 고윳값은 1이고 대수적 중복도는 2이다.
② 고윳값은 0이고 대수적 중복도는 2이다.
③ 고윳값은 1과 0이다.
④ 고윳값은 1과 2이다.
⑤ 고윳값은 P에 따라 다르다.

성균관대학교

07 다음 삼중적분의 값은?

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \int_0^{\sqrt{4-x^2-y^2}} \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x.$$

① $\frac{\pi}{2}$ ② π

③ $3\frac{\pi}{2}$ ④ 2π

⑤ $5\frac{\pi}{2}$

08* 연속함수 f를 $[0,\pi]$에서 $\sum_{n=1}^{10} A_n \sin(nx)$로 근사할 때, 아래 오차 E를 최소화하는 계수 A_n은? ($1 \le n \le 10$)

$$E = \frac{1}{2}\int_0^{\pi} \left(f(x) - \sum_{n=1}^{10} A_n \sin(nx) \right)^2 \mathrm{d}x.$$

① $A_n = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} f(x)\sin(nx)\,\mathrm{d}x$

② $A_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} f(x)\sin(nx)\,\mathrm{d}x$

③ $A_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin(nx)\,\mathrm{d}x$

④ $A_n = \frac{\pi}{2}\int_0^{\pi} f(x)\sin(nx)\,\mathrm{d}x$

⑤ $A_n = \frac{2}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin(nx)\,\mathrm{d}x$

09 멱급수 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x+2)^n$의 수렴구간이 $[-9,5]$일 때, $\sum_{n=0}^{\infty} 3^n a_n (x-4)^n$의 수렴반경은?

① $\frac{1}{2}$ ② 1

③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{7}{3}$

⑤ 3

성균관대학교

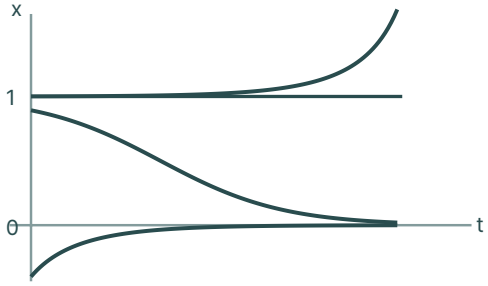
10 $y(x)=\int_0^{2x}\frac{1}{\sqrt{t^3+1}}\,\mathrm{d}t$라 하자. x가 1에서 1.03으로 증가할 때 변화량 Δy를 가장 정확히 근사한 값은?

① 0.01 ② 0.02
③ 0.03 ④ 0.04
⑤ 0.05

11 평면 $y=\frac{1}{2}$와 곡면 $z=\arctan(xy)$의 교선을 C라 하자. C 위의 점 $\left(2,\frac{1}{2},\frac{\pi}{4}\right)$에서 접선의 기울기 $\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}$는?

① $\frac{1}{8}$ ② $-\frac{1}{8}$
③ $\frac{1}{6}$ ④ $-\frac{1}{6}$
⑤ $\frac{1}{4}$

12 자율방정식 $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=f(x)$의 몇 개의 해가 아래 굵은 실선과 같다. $f(x)$의 식으로 타당한 것은?



① $-x(x-1)$ ② $x^2(x-1)$
③ $2x(x-1)$ ④ $x(x-1)^2$
⑤ $-2x(x-1)^2$

성균관대학교

13 극한 $\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\frac{i}{n^2}e^{-2\frac{i}{n}}$의 값은?

① $\frac{1}{4}-\frac{3e^{-1}}{8}$ ② $\frac{3}{8}-\frac{e^{-1}}{8}$

③ $\frac{1}{8}-\frac{3e^{-2}}{8}$ ④ $\frac{3}{4}-\frac{e^{-2}}{4}$

⑤ $\frac{1}{4}-\frac{3e^{-2}}{4}$

14 다음 연립미분방정식의 해 $\boldsymbol{x}(t)$에 대해 $\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{x}(t)$는?

$$\boldsymbol{x}'(t)=\begin{pmatrix}-2 & 2\\ 1 & -1\end{pmatrix}\boldsymbol{x}(t),\quad \boldsymbol{x}(0)=(1,0)^T.$$

① $\left(\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\right)^T$ ② $\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)^T$

③ $\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{3}\right)^T$ ④ $(1,2)^T$

⑤ $(2,1)^T$

15* S는 $z\geq 1$인 원추면 $z=2-\sqrt{x^2+y^2}$의 부분이고 위쪽 방향을 갖는다. 다음 벡터장에 대해 아래에서 정의한 대칭 절단 극한 유량의 값은?

$$\boldsymbol{F}=\left(xy^2+\tan(z)^2,e^{x^2}+x\sin(z)^3,x^2z+y^2\right).$$

$$S_\varepsilon=\left\{P\in S\mid \left|z-\frac{\pi}{2}\right|\geq\varepsilon\right\},\quad I=\lim_{\varepsilon\to0^+}\int_{S_\varepsilon}\int\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{n}\,\mathrm{d}S.$$

① $\frac{\pi}{5}$ ② $3\frac{\pi}{5}$

③ π ④ $8\frac{\pi}{7}$

⑤ $11\frac{\pi}{7}$

성균관대학교

16 초기값 문제 $y'' + ay' + y = 0,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0$의 해의 움직임에 대한 설명 중 옳지 않은 것은? 시간은 $t \geq 0$이다.

① $a = 1$: 진동하며 진폭이 감소한다.

② $a = 0$: 진폭의 감소나 증가 없이 계속 진동한다.

③ $a = -1$: 진동하며 진폭이 증가한다.

④ $a = 2$: 진동 없이 증가한다.

⑤ $a = 2\sqrt{2}$: 진동 없이 감소한다.

17 곡선 $y = \frac{x\sin(x^2)}{2\pi}$와 직선 $y = 0,\ x = 1$로 둘러싸인 영역을 y축 둘레로 회전시킨 입체의 부피를 소수점 아래 둘째자리까지 정확히 근사한 보기는?

① $\frac{19}{270}$ ② $\frac{29}{270}$

③ $\frac{49}{270}$ ④ $\frac{57}{270}$

⑤ $\frac{67}{270}$

18 함수 $F(s) = \frac{2s}{s^2+3s+2}$의 라플라스 역변환은?

① $4e^{-2t} - 2e^{-t}$ ② $4e^{-2t} + 2e^{-t}$

③ $e^{2t} - 2e^{-t}$ ④ $4e^{-t} + e^{-2t}$

⑤ $4te^{-t} - 2e^{-t}$

성균관대학교

19 다음 벡터장과 곡선 C에 대해 $\int_C \boldsymbol{F}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r}$의 값은?

$$\boldsymbol{F} = \left(4x^3y + e^{x^2}, x^4 + 2y\cos(y^2)\right),$$
$$\boldsymbol{r}(t) = \left(e^{t^3-t^2} - \cos(2\pi t), 3\sin\left(\frac{\pi}{2}t^3\right) - 2t^7\right), \quad 0 \le t \le 1.$$

① $\sin 1$
② $\cos 1$
③ 0
④ $\dfrac{11}{26}$
⑤ $\dfrac{7}{25}$

20* 미정계수법으로 미분방정식 $y'' - y' - 2y = -8e^t\cos(2t)$의 특수해를 $y_p(t) = e^t(A\cos(2t) + B\sin(2t))$ 꼴로 구한다. $y_p\left(\frac{\pi}{2}\right)$의 값은?

① $\dfrac{8}{5}$
② $-\dfrac{6}{5}e^{\frac{\pi}{2}}$
③ $\dfrac{6}{5}e^{-\frac{\pi}{2}} + \dfrac{2}{5}$
④ $\dfrac{2}{5}e^{\frac{\pi}{2}} + \dfrac{6}{5}$
⑤ $\dfrac{2}{5}e^{\frac{\pi}{2}}$