광운대학교

문제편

30문항

별표 7번은 하한을 쓰는 두 집합의 비공집합 조건, 13번은 분모가 0인 점을 제외하는 정의역과 혼합편도함수의 순서를 명시했습니다. 기존 선택지의 순서와 정답표는 유지했습니다.

01 평면 $x+z=1$과 원기둥 $x^2+y^2=3$의 교선에서 함수 $f(x,y,z)=x+3y+2z$의 최댓값을 구하시오.

① $2\sqrt{30}$
② $\sqrt{30}-2$
③ $\sqrt{30}+2$
④ $\sqrt{30}$
⑤ $\sqrt{30}-1$

02 행렬

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 1 & -1 & 2\\ 0 & -2 & 5\end{pmatrix}$$

의 역행렬을

$$A^{-1}=\begin{pmatrix}a & b & c\\ d & e & f\\ g & h & i\end{pmatrix}$$

라 할 때 $c+d+h$를 구하시오.

① 0
② $-\dfrac{1}{5}$
③ $\dfrac{1}{3}$
④ $\dfrac{16}{15}$
⑤ $-\dfrac{13}{15}$

03 구간 $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$에서 다음 함수 f의 상적분과 하적분의 차를 구하시오. $\mathbb{Q}$는 유리수의 집합이다.

$$f(x)=\begin{cases}\sin x & x\in\mathbb{Q}\\ \cos x & x\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}\end{cases}.$$

① 0
② $\sqrt{2}$
③ $2\sqrt{2}$
④ $\sqrt{2}+1$
⑤ $2\sqrt{2}-2$

광운대학교

04 극방정식으로 표현한 곡선 $r = 5\cos 2\theta$와 원 $r = 3$의 교점 개수를 구하시오. $-\pi < \theta \le \pi$이다.

① 8 ② 4
③ 2 ④ 1
⑤ 0

05 곡면 $(x+3)yz = 1$과 yz평면의 교선 C에서 점 $\left(0, 3, \frac{1}{9}\right)$의 접선 기울기를 α라 한다. $|\alpha|$를 구하시오.

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{6}$
③ $\frac{1}{9}$ ④ $\frac{1}{18}$
⑤ $\frac{1}{27}$

06 $x = \tan^{-1}(2t)$, $y = \sec t$, $z = xy^2 + 3x^2y$이다. $t = 0$에서 다음 값을 구하시오.

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}.$$

① -1 ② 0
③ 1 ④ 2
⑤ $\frac{1}{2}$

광운대학교

07* 옳은 명제를 모두 고르시오. (c)의 두 유계집합은 공집합이 아니다.
(a) $f(x) = xe^{|x|}$는 $x = 0$에서 미분 가능하다.
(b) 미분 가능한 함수의 도함수는 연속이다.
(c) 유계집합 $A, B \subseteq \mathbb{R}$에 대해 $A \subseteq B$이면 $\inf A < \inf B$이다.
(d) 공집합이 아닌 유계집합 $A \subseteq \mathbb{R}$에 대해 $\sup A$는 반드시 존재한다.

① (a)
② (b), (c)
③ (b), (d)
④ (a), (d)
⑤ (a), (c), (d)

08 $x^4 + y^4 = 2$일 때 $y'' = ax^b y^c$라 한다. 상수 a, b, c에 대해 $a + b - c$를 구하시오.

① 3
② -3
③ 1
④ -1
⑤ 2

09 $y = x - x^2$와 $y = 0$으로 둘러싸인 영역을 y축 둘레로 회전시킨 입체의 부피를 구하시오.

① π
② $\dfrac{\pi}{2}$
③ $\dfrac{\pi}{6}$
④ $\dfrac{\pi}{4}$
⑤ $\dfrac{\pi}{3}$

광운대학교

10 다음 초기값 문제의 해 $y(x)$를 $\frac{y(x)^2}{2} + e^{y(x)} = h(x)$ 꼴로 나타낸다. $h(x)$를 고르시오.

$$y'(e^y + y) - x\cos x = 0, \quad y(0) = 0.$$

① $\cos x$
② $x\sin x$
③ $\cos x + x\sin x$
④ $-x\sin x$
⑤ $\cos x \sin x$

11 다음 적분을 구하시오.

$$\int_1^{2024} \lim_{n\to\infty} \frac{(1+\sin(\pi x))^n - 1}{(1+\sin(\pi x))^n + 1}\,\mathrm{d}x.$$

① -1
② 0
③ 1
④ 2023
⑤ 2024

12 타원

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{y}{3}\right)^2 = 1$$

위 점에서의 곡률 $\kappa(x,y)$의 최댓값과 최솟값의 차를 구하시오.

① $\frac{5}{36}$
② $\frac{7}{36}$
③ $\frac{15}{36}$
④ $\frac{17}{36}$
⑤ $\frac{19}{36}$

광운대학교

13* 다음 함수에 대해 $f_{xy}(0,0)$을 구하시오.
정의역은 $x^2+y\neq 0$인 점들과 원점이며, 미분 순서는 $f_{xy}=(f_x)_y$이다.

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy^2}{x^2+y} & (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}.$$

① 0 ② 1
③ 2 ④ 3
⑤ 존재하지 않는다.

14 점 $(3,5,2)$에서 곡면 $z=\sqrt{x^2-y}$의 접평면을 이용하여 다음 근삿값을 구하시오.

$$\sqrt{(3.03)^2-4.98}.$$

① 1.96 ② 1.99
③ 2.05 ④ 2.01
⑤ 2.12

15 $y=A\cos(\ln x)+B\sin(\ln x)$를 일반해로 갖는 미분방정식을 고르시오. A, B는 상수이다.

① $y''+xy'+x^2y=0$
② $y''+x^2y'+xy=0$
③ $xy''+x^2y'+y=0$
④ $x^2y''+y'+xy=0$
⑤ $x^2y''+xy'+y=0$

광운대학교

16 다음 극한을 구하시오.

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{1}{\pi^x}+\frac{1}{e^x}\right)^{\frac{1}{x}}.$$

① $\frac{1}{\pi}$ ② $\frac{1}{e}$
③ 0 ④ e
⑤ π

17 함수 $f(x,y)=-2x^3+3xy-\frac{y^2}{2}+1$의 극값에 관한 옳은 설명을 모두 고르시오.
(a) f는 $\left(\frac{3}{2},\frac{9}{2}\right)$에서 극대이다.
(b) f는 $\left(\frac{3}{2},\frac{9}{2}\right)$에서 극소이다.
(c) $\left(\frac{3}{2},\frac{9}{2},\frac{35}{8}\right)$은 f의 안장점이다.
(d) f는 $(0,0)$에서 극대이다.
(e) f는 $(0,0)$에서 극소이다.
(f) $(0,0,1)$은 f의 안장점이다.
① (a), (f) ② (b), (f)
③ (b), (d) ④ (a), (e)
⑤ (c), (f)

18 역삼각함수는 주값을 사용한다. 옳은 항등식을 모두 고르시오.
(a) $\tan^{-1}x=\dfrac{\sin^{-1}x}{\cos^{-1}x}$
(b) $\sin^{-1}(\sin x)=x$
(c) $\tan^{-1}x+\cot^{-1}x=\pi$
(d) $\sin\left(\cos^{-1}\dfrac{5}{13}+\sin^{-1}\dfrac{4}{5}\right)=\dfrac{56}{65}$
① 없음 ② (a)
③ (b) ④ (c)
⑤ (d)

광운대학교

19 다음 무한급수 중 수렴하는 급수의 개수를 구하시오.

(a) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{10^{2n+1}}$

(b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cos\left(\frac{n-1}{n}\right)}{\sqrt{n}}$

(c) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \left(\sqrt{n^2+7}-n\right)$

(d) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+7}{\sqrt{2024n^3+7n^2+7}}$

① 없음 ② 1개
③ 2개 ④ 3개
⑤ 4개

20 다음 등식을 만족하는 자연수 n을 구하시오.

$$\lim_{x\to 0} \frac{x\left(\displaystyle\sum_{k=1}^{n} e^{2kx}\cos(k\pi x) - n\right)}{(\ln(x+1))^2} = 12.$$

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

21 멱급수

$$\sum_{n=1}^{\infty} \tan\left(\frac{2}{n}\right) x^n$$

의 수렴반지름과 수렴구간을 차례대로 고르시오.

① $1,\quad [-1,1)$ ② $1,\quad [-1,1]$
③ $1,\quad (-1,1]$ ④ $2,\quad [-2,2)$
⑤ $2,\quad [-2,2]$

광운대학교

22 a는 $\sin x \cos x$의 매클로린 급수에서 x^5의 계수이고, b는 다음 특이적분이다. ab를 구하시오.

$$b = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x(1-x)}}\,\mathrm{d}x.$$

① $\dfrac{2\pi}{3}$ ② $\dfrac{\pi}{3}$

③ $\dfrac{\pi}{5}$ ④ $\dfrac{2\pi}{15}$

⑤ $\dfrac{\pi}{15}$

23 구면좌표에서 천장각을 φ라 한다. 아래 두 곡면의 교선의 길이를 구하시오.

$$\rho - \sec\varphi = 0, \quad \rho\sin^2\varphi - \cos\varphi = 0.$$

① 5π ② 4π

③ 3π ④ 2π

⑤ π

24 다음 두 직선 사이의 거리를 구하시오.

(a) l_1: 평면 $x + 2y - 2z = 1$, $x - 2y + 2z = 1$의 교선.

(b) l_2: 점 $(1, 0, 6)$을 지나고 평면 $x + 3y + z = 5$에 수직인 직선.

① $\sqrt{3}$ ② 2

③ $\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{6}$

⑤ $\sqrt{7}$

광운대학교

25 곡선

$$\boldsymbol{x}(t) = 3\sin t\boldsymbol{i} + 4t\boldsymbol{j} + 3\cos t\boldsymbol{k}$$

에 대해 a는 곡률, b는 $\boldsymbol{x}(0)$과 $\boldsymbol{x}(5)$ 사이 곡선의 길이이다. c는 세 좌표점 $\boldsymbol{x}(0)$, $\boldsymbol{x}'(0)$, $\boldsymbol{x}''(0)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이이다. abc를 구하시오.

① 30
② 35
③ 40
④ 45
⑤ 50

26 다음 정적분을 구하시오.

$$\int_1^e x(\ln x)^2 \, \mathrm{d}x.$$

① $\dfrac{e^2+1}{5}$
② $\dfrac{e^2-1}{4}$
③ $\dfrac{e^3-1}{3}$
④ $\dfrac{e^3+1}{2}$
⑤ e^4-1

27 제1사분면에서 원 $r = 4\sin\theta$의 내부이면서 원 $r = 2$의 외부인 영역을 Ω라 한다. 다음 적분을 구하시오.

$$\iint_\Omega x \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y.$$

① $\dfrac{15}{7}$
② $\dfrac{13}{7}$
③ $\dfrac{13}{5}$
④ $\dfrac{11}{5}$
⑤ $\dfrac{11}{3}$

광운대학교

28 영역 $\Omega = \{(x, y) | x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad ax + y - 1 \leq 0\}$에서

$$\iint_{\Omega} (x^2 + y^2)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y = \frac{1}{6}$$

이다. 양수 a를 구하시오.

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

29 영역 $Q = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$에서 다음 적분을 구하시오.

$$\iiint_{Q} (4x^2 + 5y^2 + 6z^2)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z.$$

① $\frac{\pi}{2}$ ② π
③ 2π ④ 3π
⑤ 4π

30 참인 명제의 개수를 구하시오.

(a) $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \tanh x = \operatorname{sech}^2 x$

(b) $\sinh^{-1} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$

(c) $\int (x + 1)e^x \ln x\,\mathrm{d}x = e^x(x \ln x - 1) + C$

(d) $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n}$은 절대수렴한다.

(e) 공간의 두 벡터 $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}$에 대해 $\boldsymbol{u} \cdot (\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v}) = 0$이다.

① 5개 ② 4개
③ 3개 ④ 2개
⑤ 1개