중앙대학교

문제편

30문항 · 60분

01 아래 극한의 값은?

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2-3x+1}{5x+2}\right)^{\frac{1}{2\ln x}}.$$

① e^2 ② e

③ $\sqrt{e}$ ④ 1

02 아래 극한의 값은?

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\left(\sum_{k=1}^{n}k^3\right)\left(\sum_{k=1}^{n}k^5\right)}{\left(\sum_{k=1}^{n}k\right)\left(\sum_{k=1}^{n}k^7\right)}.$$

① 1 ② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$

03 곡선 $y=x^2-2$와 직선 $y=a$로 둘러싸인 영역의 넓이가, $y=x^2-2$와 x축으로 둘러싸인 영역의 넓이의 8배가 되도록 하는 양수 a의 값은?

① 3 ② 6

③ 8 ④ 10

중앙대학교

04 $1 \le x \le 3$에서 정의된 아래 함수의 최댓값과 최솟값의 차는?

$$f(x) = 2\left(x - \frac{3}{x}\right)^3 - 15\left(x - \frac{3}{x}\right)^2 + 36\left(x - \frac{3}{x}\right) - 50.$$

① 126 ② 146
③ 176 ④ 216

05 극좌표계의 두 곡선 $r = 1 - \cos\theta$, $r = \cos\theta$의 내부를 각각 R, S라 할 때, $R \cap S$의 넓이는?

① $7\dfrac{\pi}{12} - \sqrt{3}$ ② $7\dfrac{\pi}{12} + \sqrt{3}$
③ $7\dfrac{\pi}{12} - \sqrt{2}$ ④ $7\dfrac{\pi}{12} + \sqrt{2}$

06 $P_2(\mathbb{R}) = \{a + bx + cx^2 : a, b, c \in \mathbb{R}\}$이다. 선형사상 $T : P_2(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^3$를 아래와 같이 정의한다. 순서기저 $\{1, x, x^2\}$와 $\mathbb{R}^3$의 표준기저에 관한 T의 표현행렬을 (a_{ij})라 할 때, $\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} a_{ij}$의 값은?

$$T(p(x)) = \left(p'(0), p''(1), \int_0^1 p(x)\,\mathrm{d}x\right).$$

① $\dfrac{19}{6}$ ② $\dfrac{23}{6}$
③ $\dfrac{25}{6}$ ④ $\dfrac{29}{6}$

중앙대학교

07 아래 행렬 A에 대하여 $\mathrm{tr}(A^{2018})$의 값은? (단, $\mathrm{tr}(B)$는 정방행렬 B의 대각합이다.)

$$A=\begin{pmatrix}-1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -2\\ 0 & 2 & 0\end{pmatrix}.$$

① $2^{2018}+1$
② $-2^{2018}+1$
③ $2^{2019}+1$
④ $-2^{2019}+1$

08 $\mathbb{R}^3$의 평면 W가 두 벡터 $(1,1,2)$, $(1,2,3)$의 일차결합으로 생성된다. 벡터 $\boldsymbol{b}=(1,3,-2)$를 W로 내린 정사영을 $\mathrm{proj}_W\,\boldsymbol{b}=(p_1,p_2,p_3)$라 할 때, $p_1+p_2+p_3$의 값은?

① -2
② 0
③ 3
④ 5

09 선형사상 $T:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$는 직선 $x=-y=z$를 중심으로 120° 회전하는 사상이다. $T(1,2,3)=(a,b,c)$라 할 때, $a+2b+3c$의 값은?

① -7
② -5
③ 5
④ 7

중앙대학교

10 아래 일차연립방정식의 해가 존재하도록 하는 상수 c의 값은?

$$\begin{cases} 2x-y+z+w=1 \\ x+2y-z+4w=2 \\ x+7y-4z+11w=c \end{cases}.$$

① -7 ② -5
③ 5 ④ 없다

11 미분방정식 $y'+2y-1=y^2$, $y(0)=0$의 해에 대하여 $y(1)$의 값은?

① 1 ② 2
③ $\frac{1}{2}$ ④ e

12 미분방정식 $y'''-y''=3e^x-2$와 초기조건 $y(0)=0$, $y'(0)=3$, $y''(0)=8$을 만족하는 해에 대하여 $y(1)$의 값은?

① $3e+1$ ② $3e+2$
③ $4e+1$ ④ $4e+2$

중앙대학교

13 미분방정식 $x^2y'' + xy' + y = 0$, $y(1) = 1$, $y'(1) = 2$의 해가 아래 형태로 주어진다. $a + b + c_1 + c_2$의 값은?

$$y = x^a[c_1 \cos(b \ln x) + c_2 \sin(b \ln x)].$$

① 4 ② 5

③ 6 ④ 7

14 [원문 오류 문항] 미분방정식 $(x + y)^2\,\mathrm{d}x + (2xy + x^2 - 1)\,\mathrm{d}y = 0$와 $y(1) = 1$을 만족하는 해에 대하여 $y(0)$의 값은?

① $\frac{2}{3}$ ② $-\frac{2}{3}$

③ $\frac{4}{3}$ ④ $-\frac{4}{3}$

15 아래 연립 미분방정식과 초기조건을 만족하는 $x(t), y(t)$에 대하여 $x(1) + 2y(1)$의 값은?

$$\begin{cases} x'(t) = x(t) + 2y(t) \\ y'(t) = 4x(t) + 3y(t) \end{cases}, \quad x(0) = 2, \quad y(0) = 1.$$

① $5e^5 + e^{-1}$ ② $5e^5 - e^{-1}$

③ $-5e^5 + e^{-1}$ ④ $-5e^5 - e^{-1}$

중앙대학교

16 미분방정식 $y' + 3x^2 y = x^2$의 해에 대하여 $\lim_{x\to\infty} y(x)$의 값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{6}$ ④ $-\frac{1}{6}$

17 미분방정식 $(\cos x)y' + (\sin x)y = 1$, $y(0) = 2$의 해에 대하여 $y(\frac{\pi}{4})$의 값은?

① $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ ② $\frac{1}{\sqrt{2}}$

③ $-\frac{3}{\sqrt{2}}$ ④ $\frac{3}{\sqrt{2}}$

18 아래 두 집합 Φ_1, Φ_2의 선형 독립·선형 종속 여부를 바르게 나타낸 것은?

$$\Phi_1 = \{x^2 + 1, x^2 + 0.1, x^2 + 0.01\},$$
$$\Phi_2 = \{\cos^2 x, \sin^2 x\}.$$

① Φ_1: 선형 독립, Φ_2: 선형 독립

② Φ_1: 선형 독립, Φ_2: 선형 종속

③ Φ_1: 선형 종속, Φ_2: 선형 독립

④ Φ_1: 선형 종속, Φ_2: 선형 종속

중앙대학교

19 아래 함수 $f(t)$에 대해 $y' + y = f(t)$, $y(0) = 0$을 만족하는 해의 $y(2)$ 값은?

$$f(t) = \begin{cases} 1 & 0 \le t < 1 \\ -1 & t \ge 1 \end{cases}.$$

① $3 + 2e^{-1} - e^{-2}$ ② $3 - 2e^{-1} - e^{-2}$

③ $-1 + 2e^{-1} - e^{-2}$ ④ $-1 - 2e^{-1} - e^{-2}$

20 아래 $F(s)$의 라플라스 역변환을 $f(t)$라 할 때, $f(0) + f'(0)$의 값은?

$$F(s) = \frac{s+8}{s^4 + 4s^2}.$$

① -1 ② 0

③ 1 ④ 2

21 $f(t) = te^{2t}\sin 6t$의 라플라스 변환을 $F(s)$라 할 때, $F(4)$의 값은?

① $\frac{3}{100}$ ② $\frac{3}{200}$

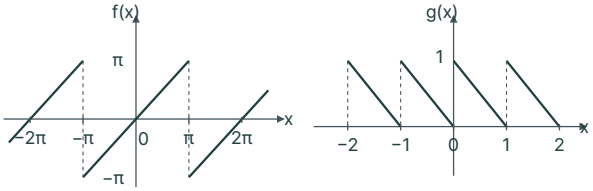
③ $\frac{3}{400}$ ④ $\frac{3}{800}$

중앙대학교

22 주기함수 $f(x), g(x)$의 그래프는 아래와 같다. 표시한 푸리에 급수에서 $b_4 + d_4$의 값은? (단, L_f, L_g는 각각 f, g의 기본주기이다.)

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} F_n(x), \qquad g(x) = \frac{c_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} G_n(x),$$

$$F_n(x) = a_n \cos\left(\frac{2\pi n x}{L_f}\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi n x}{L_f}\right). \qquad G_n(x) = c_n \cos\left(\frac{2\pi n x}{L_g}\right) + d_n \sin\left(\frac{2\pi n x}{L_g}\right).$$



① $-\frac{1}{2} + \frac{1}{4\pi}$ ② $-\frac{1}{2} - \frac{1}{4\pi}$

③ $\frac{1}{2} + \frac{1}{4\pi}$ ④ $\frac{1}{2} - \frac{1}{4\pi}$

23 함수 $f(x)$를 아래와 같이 정의하고 표시된 푸리에 적분으로 나타낸다. $A(\alpha)$와 $B(\alpha)$가 바르게 짝지어진 것은?

$$f(x) = \begin{cases} e^{2x} & x < 0 \\ e^{-3x} & x \geq 0 \end{cases},$$

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [A(\alpha)\cos(\alpha x) + B(\alpha)\sin(\alpha x)]\, \mathrm{d}\alpha,$$

$$A(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\cos(\alpha x)\, \mathrm{d}x,$$

$$B(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\sin(\alpha x)\, \mathrm{d}x.$$

① $A = \frac{2}{\alpha^2+4} + \frac{3}{\alpha^2+9}, \quad B = \frac{-\alpha}{\alpha^2+4} + \frac{\alpha}{\alpha^2+9}$ ② $A = \frac{2}{\alpha^2+4} + \frac{3}{\alpha^2+9}, \quad B = \frac{\alpha}{\alpha^2+4} + \frac{\alpha}{\alpha^2+9}$

③ $A = \frac{2}{\alpha^2+4} - \frac{3}{\alpha^2+9}, \quad B = \frac{-\alpha}{\alpha^2+4} + \frac{\alpha}{\alpha^2+9}$ ④ $A = \frac{2}{\alpha^2+4} - \frac{3}{\alpha^2+9}, \quad B = \frac{\alpha}{\alpha^2+4} + \frac{\alpha}{\alpha^2+9}$

24 아래 보기에서 복소급수와 수렴반지름 R이 바르게 짝지어진 것은 모두 몇 개인가? (단, k는 고정된 음이 아닌 정수이다.)

(가)
$$\sum_{n=k}^{\infty} \frac{n!}{(n-k)!k!}\left(\frac{z}{\pi}\right)^n, \quad R = \pi.$$

(나)
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{20n}}{n!}(z-3)^n, \quad R = \infty.$$

(다)
$$\sum_{n=1}^{\infty}\left[\ln n + \left(\frac{1+i}{2}\right)^n\right] z^n, \quad R = 1.$$

(라)
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n z^{2n+1}}{(2n+1)n!}, \quad R = \infty.$$

① 1개 ② 2개

③ 3개 ④ 4개

중앙대학교

25 복소 방정식 $\sin z = \cosh 4$의 해가 아닌 것은?

① $5\dfrac{\pi}{2} + 4i$ ② $3\dfrac{\pi}{2} + 4i$

③ $-3\dfrac{\pi}{2} - 4i$ ④ $-7\dfrac{\pi}{2} - 4i$

26 복소수 z_1, z_2, z_3에 대한 아래 보기에서 옳은 것은 모두 몇 개인가?

(가) $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$, $z_1 + z_2 + z_3 \neq 0$이면

$$\left| \frac{z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1}{z_1 + z_2 + z_3} \right| = 1$$

이 항상 성립한다.

(나) $z_1 = 1 + i$이면 $z_1^i = \exp\left(2n\pi - \frac{\pi}{4} + \frac{i \ln 2}{2}\right)$이다. (단, n은 정수이다.)

(다) 정수 n에 대하여 $z_1 = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi i$이면 $\cosh z_1 = 0$이다.

(라) $\cot(\pi z_1)$의 모든 극점에서 유수는 $-\frac{1}{\pi}$이다.

(마) $\sin^2 z_1$은 복소평면 전체에서 해석적인 완전함수이다.

① 1개 ② 2개

③ 3개 ④ 4개

27 복소함수 $f(z) = \int_0^z \frac{\sin t}{t}\,\mathrm{d}t$를 매클로린 급수로 전개할 때, z^5항의 계수는?

① $-\dfrac{1}{18}$ ② $\dfrac{1}{18}$

③ $\dfrac{1}{600}$ ④ $-\dfrac{1}{600}$

중앙대학교

28 아래 정적분의 값은?

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{25-24\cos\theta}\,\mathrm{d}\theta.$$

① $\frac{\pi}{7}$ ② $2\frac{\pi}{7}$

③ $3\frac{\pi}{7}$ ④ $4\frac{\pi}{7}$

29 아래 특이적분의 값은?

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x(x^2+1)}\,\mathrm{d}x.$$

① $\pi(1+e^{-1})$ ② $\pi(1-e^{-1})$

③ $\frac{\pi}{2}(1-e^{-1})$ ④ $\frac{\pi}{2}(1+e^{-1})$

30 복소사상 $w=\frac{1}{z}$가 z평면의 영역 D를 w평면의 영역 D'로 보낼 때, 바르게 짝지어지지 않은 것은? (단, $z=x+iy$, $w=u+iv$이며 사상은 $z\neq 0$에서 정의한다.)

① $D=\{x^2+(y-1)^2\le 1\},\quad D'=\left\{v\le -\frac{1}{2}\right\}$

② $D=\left\{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+y^2\le\frac{1}{4}\right\},\quad D'=\{u\ge 1\}$

③ $D=\{0<y<1\},\quad D'=\left\{u^2+\left(v+\frac{1}{2}\right)^2>\frac{1}{4}, v<0\right\}$

④ $D=\{x\ge 1\},\quad D'=\{(u-1)^2+v^2\le 1\}$