인하대학교

문제편

30문항

원문 배점: 1~15번 1점, 16~25번 1.5점, 26~30번 2점. *21번의 마지막 항은 기존 해설에 맞춰 4y로 정정했고, *28번의 방향은 기존 해설에 따라 반시계로 명시했습니다. 보기 값·순서는 보존했습니다.

01 극한 $\lim_{x\to 0} \frac{x^3}{\tan x - x}$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

02 미분 가능한 함수 f가 모든 실수 x에서 $\tan(f(x)) = e^x$를 만족할 때, $f'(0)$의 값은?

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

03 함수 $f(x) = x^x$에 대해 $f'(e)$의 값은?

① e^e ② $2e^e$ ③ $3e^e$ ④ $4e^e$ ⑤ $5e^e$

인하대학교

04 정적분 $\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\,dx$의 값은?

① $e(2e-5)$ ② $2e(e-2)$
③ $e(2e-3)$ ④ $2e(e-1)$
⑤ $e(2e-1)$

05 곡선 $y^2 = x^3$, $0 \le y \le 1$의 길이는?

① $\frac{19}{27}$ ② $\frac{10\sqrt{10}-8}{27}$
③ $\frac{11\sqrt{11}-8}{27}$ ④ $\frac{12\sqrt{12}-8}{27}$
⑤ $\frac{13\sqrt{13}-8}{27}$

06 극방정식 $r = 2 + 2\sin\theta\cos\theta$로 주어진 곡선으로 둘러싸인 영역의 넓이는?

① $5\frac{\pi}{2}$ ② 3π ③ $7\frac{\pi}{2}$ ④ 4π ⑤ $9\frac{\pi}{2}$

인하대학교

07 $|x| < 1$인 모든 실수 x에서 아래 항등식이 성립할 때, $a_0 + a_1 + a_2$의 값은?

$$e^{x-\ln(1-x)} = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots.$$

① 5 ② $\frac{21}{4}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{23}{4}$ ⑤ 6

08 두 사건 A, B가 독립이고 $\mathrm{P}(A \cap B) = \frac{1}{6}$, $\mathrm{P}(A \cup B^C) = \frac{2}{3}$일 때, $\mathrm{P}(A)$의 값은?

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

09 $x^3 - 1 = 0$의 1이 아닌 한 근을 w라 할 때, $w + w^3 + w^5 + \cdots + w^{2021}$을 간단히 하면?

① 0 ② 1 ③ w
④ w^2 ⑤ $1 + w$

인하대학교

10 세 점 $(2,0)$, $(0,3)$, $(4,2)$를 지나는 원의 중심이 (p,q)일 때, $p+q$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11 세 점 $(1,0,0)$, $(0,2,0)$, $(0,0,3)$을 지나는 평면과 원점 사이의 거리는?

① $\frac{4}{5}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ $\frac{6}{7}$ ④ $\frac{7}{8}$ ⑤ $\frac{8}{9}$

12 $x^2+y^2\le 8$을 만족하는 실수 x, y에 대해 $f(x,y)=x^2+y^2+2x+2y$의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

인하대학교

13 아래 편도함수를 갖는 $f(x,y)$에 대해 $g(t)=f(2t+1,t)$라 할 때, $g'(0)$의 값은?

$$f_x = 2x + e^y, \quad f_y = xe^y + 3y^2.$$

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

14 미분방정식 $y' = \frac{1+y}{1+x^2}$, $y(0)=1$의 해에 대해 $y(1)$의 값은?

① $e^{\frac{\pi}{4}} - 1$
② $2e^{\frac{\pi}{4}} - 1$
③ $e^{\frac{\pi}{4}}$
④ $e^{\frac{\pi}{4}} + 1$
⑤ $2e^{\frac{\pi}{4}} + 1$

15 이중적분 $\int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 y\sin(x^5)\,dx\,dy$의 값은?

① $\frac{1-\cos 1}{25}$
② $\frac{1-\cos 1}{20}$
③ $\frac{1-\cos 1}{15}$
④ $\frac{1-\cos 1}{10}$
⑤ $\frac{1-\cos 1}{5}$

인하대학교

16 $x^2+y^2=x$일 때, xy의 최댓값은?

① $3\dfrac{\sqrt{3}}{16}$ ② $3\dfrac{\sqrt{3}}{14}$ ③ $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

④ $3\dfrac{\sqrt{3}}{10}$ ⑤ $3\dfrac{\sqrt{3}}{8}$

17 네 점 $(2,0,1)$, $(5,2,0)$, $(0,5,2)$, $(4,1,6)$을 꼭짓점으로 갖는 사면체의 부피는?

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

18 $A=\begin{pmatrix}3 & 1\\ -7 & -2\end{pmatrix}$에 대해 $A^{2021}=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}$일 때, $a+b+c+d$의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

인하대학교

19 두 행렬 A, B가 아래와 같을 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{\mathrm{tr}(A^n)}{\mathrm{tr}(B^n)}$의 값은? ($\mathrm{tr}$는 대각원소의 합.)

$$A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & 4\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & 4\end{pmatrix}.$$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

20 $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$이고 $AB=A-B$일 때, B의 대각원소의 합은?

① 0 ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ 1

21* 아래 미분방정식의 해 y에 대해 $y(1)$의 값은?

$$y''+4y'+4y=x,\quad y(0)=1, y'(0)=2.$$

① $3\frac{e^{-2}}{2}$ ② $5\frac{e^{-2}}{2}$ ③ $7\frac{e^{-2}}{2}$
④ $9\frac{e^{-2}}{2}$ ⑤ $11\frac{e^{-2}}{2}$

인하대학교

22 아래 미분방정식의 해 y에 대해 $y(2)$의 값은?

$$x^2y'' - 3xy' + 3y = x^2,$$
$$y(1) = 2, \quad y'(1) = 3.$$

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

23 $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy - 6x - 6y$의 임계점 중 극대점, 극소점, 안장점의 개수를 각각 a, b, c라 할 때, $a + 2b + 3c$의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

24 구면 $D : x^2 + y^2 + z^2 = 9$에서 곡면 적분 $\int_D (x + y + z^2)\,\mathrm{d}S$의 값은?

① 104π ② 106π ③ 108π ④ 110π ⑤ 112π

인하대학교

25 $z = x^2 - y^2$, $x^2 + y^2 \leq 4$로 주어진 곡면의 넓이는?

① $\frac{5\sqrt{5}-1}{6}\pi$ ② $\frac{17\sqrt{17}-1}{6}\pi$

③ $\frac{5\sqrt{5}-1}{3}\pi$ ④ $\frac{17\sqrt{17}-1}{3}\pi$

⑤ $\frac{17\sqrt{17}-1}{2}\pi$

26 두 곡면 $x + y + z = 1$, $x^2 + y^2 + 2z^2 = 4$의 교선 위 점 $(1, -1, 1)$에서의 접선과 원점 사이 거리는?

① $\frac{\sqrt{133}}{7}$ ② $\frac{\sqrt{134}}{7}$ ③ $3\frac{\sqrt{15}}{7}$

④ $2\frac{\sqrt{34}}{7}$ ⑤ $\frac{\sqrt{137}}{7}$

27 $2x^2 + z^2 \leq 1$, $y^2 + z^2 \leq 1$로 주어진 영역의 부피는?

① $8\frac{\sqrt{2}}{3}$ ② $10\frac{\sqrt{2}}{3}$ ③ $4\sqrt{2}$

④ $14\frac{\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $16\frac{\sqrt{2}}{3}$

인하대학교

28* $x^2+2y^2\le 2$, $y\ge 0$인 영역의 경계를 C라 하자. 기존 해설에 따라 C를 반시계 방향으로 돌 때, 아래 선적분의 값은?

$$\int_C (x^2+y)\,\mathrm{d}x+(e^y-y+2x)\,\mathrm{d}y.$$

① $\sqrt{2}\dfrac{\pi}{2}$ ② $\sqrt{2}\pi$ ③ $3\sqrt{2}\dfrac{\pi}{2}$

④ $2\sqrt{2}\pi$ ⑤ $5\sqrt{2}\dfrac{\pi}{2}$

29 $x^2+y^2\le 1$, $x^2+y^2+z^2\le 4$인 영역의 전체 경계를 S, 바깥 방향 단위법선을 n이라 하자. $F(x,y,z)=(x^2,y,z^2)$에 대해 유속 $\int_S F\cdot n\,\mathrm{d}S$의 값은?

① $\left(\dfrac{28}{3}-4\sqrt{3}\right)\pi$ ② $\left(\dfrac{29}{3}-4\sqrt{3}\right)\pi$

③ $\left(10-4\sqrt{3}\right)\pi$ ④ $\left(\dfrac{31}{3}-4\sqrt{3}\right)\pi$

⑤ $\left(\dfrac{32}{3}-4\sqrt{3}\right)\pi$

30 $z=x^2+y^2$, $x+y+z\le 1$인 곡면 S에서 n은 $n\cdot(0,0,1)>0$인 단위법선이다. $F(x,y,z)=(-y,x,y)$에 대해 $\int_S(\nabla\times F)\cdot n\,\mathrm{d}S$의 값은?

① $5\dfrac{\pi}{2}$ ② $7\dfrac{\pi}{2}$ ③ $9\dfrac{\pi}{2}$ ④ $11\dfrac{\pi}{2}$ ⑤ $13\dfrac{\pi}{2}$