# 한국항공대학교

## 문제편

20문항

원문 선택지 순서와 인쇄된 배점을 유지했습니다. 5번은 원문에 배점이 없으며, 별표 12번은 역쌍곡선함수의 실수 정의역을 명시했습니다.

**01** 복소평면의 원 $C : |z| = 2$를 반시계 방향으로 돌 때 다음 적분의 값은? 3.7 점

$$\oint_C \frac{1}{(z-1)(z-3)}\,\mathrm{d}z.$$

① $-2\pi i$ ② $-\pi i$ ③ $\pi i$ ④ $2\pi i$

**02** 아래 행렬 $A$의 영공간에 속하는 벡터는? 3.8 점

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

① $(-1, 1, -3)^T$ ② $(1, 1, -1)^T$
③ $(1, -2, 2)^T$ ④ $(-1, 3, 2)^T$

**03** 곡선 $r(t) = (\sin 2t, 2t^2, \cos 2t)$에 대한 설명 중 옳지 않은 것은? $T, N, B$는 단위 접선·주법선·종법선 벡터이다. 4 점

① $t = 0$에서 곡률은 $\sqrt{2}$이다.
② $T(t) = \frac{(2\cos 2t, 4t, -2\sin 2t)}{\sqrt{4+16t^2}}$이다.
③ $(0, 0, 1)$에서 $N = \left(0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$이다.
④ $(0, 0, 1)$에서 $B = \left(0, -\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$이다.

## 한국항공대학교

**04** 두 번 미분가능한 $f$는 $x \neq 0$에서 $f'(x) > 0$이다. $f$는 $(-\infty, 0)$에서 아래로 오목하고 $(0, \infty)$에서 위로 오목하다. $g(x) = f(-x^2)$일 때 옳은 명제를 모두 고르면? 4.1 점

ㄱ. $g'(x) = 0$이면 $x = 0$이다.
ㄴ. $g(0)$은 $g$의 극솟값이다.
ㄷ. $g''(x) = -2f'(-x^2) + 4x^2 f''(-x^2)$이다.
ㄹ. $g$의 그래프는 모든 실수에서 위로 오목하다.

① ㄱ, ㄴ ② ㄷ, ㄹ
③ ㄴ, ㄹ ④ ㄱ, ㄷ

**05** 초기조건 $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$을 만족하는 해가 $\lim_{x\to\infty} y(x) = 0$인 미분방정식은? 배점 미표기

① $y'' - 5y' + 4y = 0$
② $y'' + 5y' + 4y = 2$
③ $y'' - 4y' + 3y = 2$
④ $y'' + 4y' + 3y = 0$

**06** 아래 행렬 $A$의 계수는? 4.2 점

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

## 한국항공대학교

**07** 다음 이상적분의 값은? 4.6 점

$$\int_1^3 \frac{1}{\sqrt{(x-1)(3-x)}}\,\mathrm{d}x.$$

① $1$ ② $\dfrac{\pi}{2}$

③ $\pi$ ④ 발산한다.

**08** 아래 행렬 $A$의 행렬식은? 4.9 점

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

① $2$ ② $4$ ③ $12$ ④ $18$

**09** 단위 원판 $x^2+y^2\le 1$의 밀도가 $\rho(x,y)=2+x$일 때 질량중심의 $x$좌표는? 5 점

① $\dfrac{1}{2}$ ② $\dfrac{1}{8}$ ③ $0$ ④ $\dfrac{1}{4}$

## 한국항공대학교

**10** 단위 원 $C : x^2 + y^2 = 1$을 반시계 방향으로 돌 때 다음 선적분의 값은? 5 점

$$\oint_C \sqrt{(x+1)^3 + (x+1)^4}\,\mathrm{d}x + (x+1)(y+4)\,\mathrm{d}y.$$

① $0$ ② $\pi$ ③ $4\pi$ ④ $16\pi$

**11** $y' + 4y = 4x$, $y(0) = 0$일 때 $y\left(\frac{1}{4}\right)$의 값은? 5 점

① $\dfrac{e^{-1}}{2}$ ② $\dfrac{e^{-1}}{2} - \dfrac{1}{4}$

③ $\dfrac{e^{-1}}{4} - \dfrac{1}{4}$ ④ $\dfrac{e^{-1}}{4}$

**12*** $f(x) = \operatorname{arsinh} x$, $g(x) = \operatorname{arcosh} x$일 때 아래 극한의 값은? 각 함수의 실수 정의역에서 계산한다. 5.2 점

$$\lim_{x\to\infty} \frac{g(f(x))}{f(f(x))}.$$

① $0$ ② $1$

③ $e$ ④ 발산한다.

## 한국항공대학교

**13** $S$가 중심이 원점이고 반지름이 1인 구면일 때, 발산정리를 이용하여 다음 면적분을 구하면? 5.2 점

$$\iint_S (5x^2 + 3y^2 + z^2)\,\mathrm{d}S.$$

① $12\pi$ ② $6\pi$
③ $4\dfrac{\pi}{3}$ ④ $0$

**14** 아래 행렬 $A$의 일차독립인 고유벡터 세 개를 열로 갖는 행렬이 $X$일 때 $X^{-1}A^3X$의 모든 성분의 합은? 5.2 점

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

① $6$ ② $36$ ③ $55$ ④ $73$

**15** 영행렬이 아닌 실수 $n \times n$ 행렬 $A$에 대해 $B = A + A^T$, $C = A - A^T$라 한다. 참인 명제의 개수는? 5.4 점

ㄱ. $B = B^T$이다.
ㄴ. $C = \left(C^{-1}\right)^T$이다.
ㄷ. $\operatorname{tr} B \geq \operatorname{tr} A$이다.
ㄹ. $\operatorname{tr} C = 0$이다.

① $1$ ② $2$ ③ $3$ ④ $4$

## 한국항공대학교

**16** 다음 급수의 합은? 5.8 점

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n (n+1)}.$$

① $2\ln 2$
② $\dfrac{3}{2}$
③ $\dfrac{5}{2}\ln 2$
④ $3\ln 2$

**17** 극좌표 곡선 $r = \sin\theta$와 $r = \sin 2\theta$가 둘러싼 각 영역의 공통 부분 넓이는? 6 점

① $\dfrac{\pi}{4} - 3\dfrac{\sqrt{3}}{16}$
② $\dfrac{\pi}{4} - \dfrac{\sqrt{3}}{4}$
③ $\dfrac{\pi}{2} - 3\dfrac{\sqrt{3}}{8}$
④ $\dfrac{\pi}{3} - 3\dfrac{\sqrt{3}}{8}$

**18** 원기둥 $y^2 + z^2 = 4$와 평면 $x = 0$, $x + z = 2$로 둘러싸인 입체의 전체 경계면을 $S$라 한다. 다음 면적분의 값은? 6.1 점

$$\iint_S xz \, \mathrm{d}S.$$

① $-4\sqrt{2}\pi$
② $-12\pi$
③ $-4\left(4+\sqrt{2}\right)\pi$
④ $-4\left(3+\sqrt{2}\right)\pi$

## 한국항공대학교

**19** 아래 행렬 $A, B$가 $AB = I_3$를 만족한다. 주어진 블록 연립방정식의 해에서 $X = (x_1, x_2, x_3)^T$, $Y = (x_4, x_5, x_6)^T$일 때 $2x_4 + x_5 + x_6$의 값은? 6.2 점

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ b_4 & b_5 & b_6 \\ b_7 & b_8 & b_9 \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} I_3 & B \\ A & C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ D \end{pmatrix}.$$

① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6

**20** 선형변환 $L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$가 아래 세 식을 만족한다. 표준행렬의 모든 성분의 합은? 6.5 점

$$L(2, 0, 1) = (3, 2),$$
$$L(0, 1, 1) = (2, 3),$$
$$L(-1, 0, 2) = (1, -1).$$

① 2 ② 3 ③ 7 ④ 9