# 성균관대학교

## 문제편

20문항

한 페이지에 3문항씩 배치했습니다. 원문 수학 26-45번을 교재 1-20번으로 정리했습니다. 문제의 조건과 선택지는 원문을 유지했습니다.

**01** 이상적분 $\int_1^4 \frac{1}{(x-2)^2}\,\mathrm{d}x$의 값은?

① $\frac{1}{2}$
② $\ln 2$
③ $-\infty$
④ $\infty$
⑤ $3$

**02** 대각화 가능하고 실수 성분을 갖는 행렬 $A$의 특성다항식이 $p(t)=(t-1)(t-2)^3(t-3)^6$일 때, 행렬 $3I-A$의 계수는?

① $2$
② $4$
③ $6$
④ $8$
⑤ $10$

**03** 〈보기〉의 이상적분 중 수렴하는 것을 모두 고른 것은?

(가) $\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{1}{x+e^x}\,\mathrm{d}x$

(나) $\displaystyle\int_1^{e} \frac{1}{x(\ln x)^2}\,\mathrm{d}x$

(다) $\displaystyle\int_{2\pi}^{\infty} \frac{x\cos(x)^2+1}{x^3}\,\mathrm{d}x$

① (가)
② (나)
③ (다)
④ (가), (나)
⑤ (가), (다)

## 성균관대학교

**04** 미분방정식 $y' = y^2 - 4y + 3$의 해 $y(t)$가 $1 < y(0) < 3$을 만족할 때, $\lim_{t\to\infty} y(t)$의 값은?

① $0$ ② $1$
③ $2$ ④ $3$
⑤ $\infty$

**05** 공간에서 물체가 점 $P(1,1,1)$에서 점 $Q(2,2,2)$로 움직일 때, 힘 $\boldsymbol{F}(x,y,z) = (x^2, y^2, z^2)$이 한 일은?

① $-1$ ② $1$
③ $3$ ④ $5$
⑤ $7$

**06** $f(x,y) = e^{x-1}\cos((x-1)(y-2))$의 점 $(1,2)$에서의 선형근사식 $L(x,y)$를 구하고, 이를 이용하여 $f(1.1, 1.9)$를 근사한 것은?

① $L(x,y) = x$, $1.1$ ② $L(x,y) = y$, $-0.1$
③ $L(x,y) = x$, $0.1$ ④ $L(x,y) = y$, $1.9$
⑤ $L(x,y) = x + y$, $3$

## 성균관대학교

**07** 실수 성분을 갖는 $n \times n$ 행렬 $A$, $B$, $C$에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $AB$와 $BA$는 동일한 고윳값을 갖는다.

② $AB - BA = I$는 성립하지 않는다.

③ $A$는 두 가역행렬의 합으로 쓸 수 있다.

④ 영행렬이 아닌 $C$에 대해 $AC = BC$이면 $A = B$이다.

⑤ $n$이 홀수이면 $\mathrm{rank}(A)$와 $\mathrm{nullity}(A)$는 같지 않다.

**08** 좌표평면에서 곡선 $y = 9 - x^2$과 직선 $x = 1$, $y = 5$로 둘러싸인 영역을 직선 $y = 5$ 둘레로 회전시킨 입체의 부피는? (단, $x > 0$인 영역이다.)

① $\dfrac{53\pi}{13}$

② $\dfrac{53\pi}{14}$

③ $\dfrac{53\pi}{15}$

④ $\dfrac{53\pi}{16}$

⑤ $\dfrac{53\pi}{17}$

**09** 확률변수 $X$의 확률밀도함수가 다음과 같을 때, $X$의 기댓값은? (단, $c$는 상수이다.)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{c}{(1+x)^3} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}.$$

① $1$

② $2$

③ $3$

④ $4$

⑤ $5$

## 성균관대학교

**10** 구면 $S : x^2 + y^2 + z^2 = 1$이 바깥 방향으로 향할 때, 벡터장 $\boldsymbol{F}(x, y, z) = (\sin(x)^2, 6y, -z\sin(2x))$의 $S$를 통과하는 유량은?

① $0$
② $\frac{4\pi}{3}$
③ $4\pi$
④ $-\frac{3\pi}{4}$
⑤ $8\pi$

**11** 다음 무한급수의 합은?

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} \int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} x^{4n+3}\,\mathrm{d}x.$$

① $-1$
② $-\frac{1}{2}$
③ $0$
④ $\frac{1}{2}$
⑤ $1$

**12** 다음 행렬 $A$와 실수 $a_0$, $a_1$, $a_2$가 $A^5 = a_2A^2 + a_1A + a_0I$를 만족할 때, $a_0 + a_1 + a_2$의 값은?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

① $1$
② $2$
③ $3$
④ $4$
⑤ $5$

## 성균관대학교

**13** 내적공간 $C[-1,1]$의 내적을 $\langle f,g\rangle=\int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x$로 정의한다. $P_1=\mathrm{span}\{1,x\}$에 대해 $h_1\in P_1$, $h_2\in P_1^{\perp}$이고 $h_1(x)+h_2(x)=e^x$일 때, $h_1(1)$의 값은?

① $\frac{e}{2}+\frac{1}{2e}$
② $\frac{e}{2}+\frac{1}{e}$
③ $\frac{e}{2}+\frac{3}{2e}$
④ $\frac{e}{2}+\frac{2}{e}$
⑤ $\frac{e}{2}+\frac{5}{2e}$

**14** 미분방정식 $y''+2y'+2y=\cos(2t)$의 해가 $y(0)=1$, $y'(0)=0$을 만족할 때, 정상상태해의 $t=\frac{\pi}{2}$에서의 값은?

① $\frac{13}{10}e^{-\frac{\pi}{2}}+\frac{1}{10}$
② $\frac{13}{10}e^{-\frac{\pi}{2}}$
③ $\frac{1}{10}$
④ $-\frac{2}{10}$
⑤ $\frac{11}{13}e^{-\frac{\pi}{2}}-\frac{2}{10}$

**15** 공간에서 $x^2+y^2\le z^2+1$, $|z|\le 2$인 입체의 경계곡면과 같은 형태의 속이 빈 닫힌 드럼통이 있다. 이 드럼통의 면밀도가 $\rho(x,y,z)=3|z|$일 때, 질량은?

① $110\pi$
② $111\pi$
③ $112\pi$
④ $113\pi$
⑤ $114\pi$

## 성균관대학교

**16** 실수 성분을 갖는 모든 $2 \times 2$ 행렬의 벡터공간을 $V$라 하자. 행렬 $M = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$에 대해 $T : V \to V$를 $T(A) = MA$로 정의할 때, 선형변환 $T$의 대각합은?

① $6$
② $7$
③ $8$
④ $9$
⑤ $10$

**17** 영역 $R$이 두 곡면 $y = x^2$, $x = y^2$와 두 평면 $z = 0$, $z = x + y$로 둘러싸여 있을 때, 영역의 부피는?

① $\frac{1}{3}$
② $\frac{3}{10}$
③ $\frac{2}{3}$
④ $\frac{1}{9}$
⑤ $\frac{5}{3}$

**18** $\sin(\frac{\pi}{12}) + \sin(2\frac{\pi}{12}) + \ldots + \sin(11\frac{\pi}{12})$의 값은?

① $\cot\left(\frac{\pi}{12}\right)$
② $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right)$
③ $\cot\left(\frac{\pi}{24}\right)$
④ $\tan\left(\frac{\pi}{24}\right)$
⑤ $1$

## 성균관대학교

**19** 다음 무한급수의 합은?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} - \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} - \cdots.$$

① $\ln 2$
② $\ln 2 + 1$
③ $2\ln 2$
④ $2\ln 2 - 1$
⑤ $3\ln 2 - 2$

**20** 연립 미분방정식 $y_1{}' = 2y_1 - 2y_2$, $y_2{}' = 2y_1 + 2y_2$의 해가 $(y_1(0), y_2(0)) = (1, 1)$을 만족할 때, $(y_1(\frac{\pi}{2}), y_2(\frac{\pi}{2}))$의 값은?

① $(-e^{\pi}, -e^{\pi})$
② $(-e^{\pi}, e^{\pi})$
③ $\left(-e^{\frac{\pi}{2}}, -e^{\frac{\pi}{2}}\right)$
④ $\left(e^{\frac{\pi}{2}}, -e^{\frac{\pi}{2}}\right)$
⑤ $\left(e^{\frac{\pi}{2}}, e^{\frac{\pi}{2}}\right)$