서강대학교

문제편

20문항

한 페이지에 3문항씩 배치했습니다.

01 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

ㄱ. 함수 f가 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속이고 $f(a)f(b)<0$이면, $f(c)=0$인 c가 열린구간 (a,b)에 적어도 하나 존재한다.

ㄴ. 함수 f가 구간 (a,b)에서 미분가능하며 모든 $x\in(a,b)$에 대해 $f'(x)\neq 0$이면, f는 (a,b)에서 일대일함수이다.

ㄷ. 함수 $g(x)=\begin{cases}0 & (0\le x\le 1)\\ 1 & (1<x\le 2)\end{cases}$이면, 모든 $x\in(0,2)$에 대해 $G'(x)=g(x)$인 함수 G가 구간 $(0,2)$에서 존재한다.

① ㄱ
② ㄷ
③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

02 함수 $f(x)=e^x\cos x$에 대하여 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

ㄱ. $\lim_{x\to-\infty}f(x)=0$.

ㄴ. $\int_0^{3\frac{\pi}{4}}f(x)\,\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}$.

ㄷ. 자연수 n에 대해 f가 구간 $(-n\pi,n\pi)$ 안의 a_n개 점에서 극값을 가질 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n}=2$이다.

① ㄱ
② ㄱ, ㄴ
③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

03 함수 $f(x)=x^3+e^{2x}$의 역함수 g에 대하여 $(g''(1))^2=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값은? (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

① 5
② 10
③ 13
④ 17
⑤ 25

서강대학교

04 〈보기〉의 이상적분 중 수렴하는 것만을 있는 대로 고른 것은?

ㄱ. $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2+2x}\,\mathrm{d}x$

ㄴ. $\displaystyle\int_{1}^{\infty} \frac{1+e^{-2x}}{2x}\,\mathrm{d}x$

ㄷ. $\displaystyle\int_{0}^{1} (x+1)\ln x\,\mathrm{d}x$

① ㄱ
② ㄴ
③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

05 곡선 $x=2-y^2$과 직선 $x=1$로 둘러싸인 영역을 x축 중심으로 회전시켜 얻은 입체의 겉넓이 S와 부피 V의 비 $\frac{S}{V}$의 값은?

① $\dfrac{5\left(\sqrt{5}-1\right)}{3}$
② $\dfrac{5\sqrt{5}-1}{3}$
③ $\dfrac{5\sqrt{5}}{3}$
④ $\dfrac{5\sqrt{5}+1}{3}$
⑤ $\dfrac{5\left(\sqrt{5}+1\right)}{3}$

06 〈보기〉의 멱급수 중 수렴구간이 $[-1,1]$을 포함하는 것만을 있는 대로 고른 것은?

ㄱ. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n\ln(n+1)}$

ㄴ. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n!}$

ㄷ. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)x^n}{n^2}$

① ㄴ
② ㄱ, ㄴ
③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

서강대학교

07 적분 $\int_0^1 \cos(x^2)\,\mathrm{d}x$의 값에 가장 가까운 근삿값은?

① $\frac{9}{10}-\frac{5}{216}$ ② $\frac{9}{10}+\frac{1}{216}$

③ $\frac{9}{10}+\frac{7}{216}$ ④ $\frac{9}{10}+\frac{12}{216}$

⑤ $\frac{9}{10}+\frac{18}{216}$

08 극곡선 $r=\frac{7}{2}+3\sin\theta-2\cos(\theta)^2$ 위에서 수평 접선을 갖는 점의 (x,y) 좌표에 해당하는 것은?

① $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2}\right)$ ② $\left(-\frac{\sqrt{3}}{4},-\frac{1}{4}\right)$

③ $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$ ④ $\left(-\frac{\sqrt{3}}{4},\frac{1}{4}\right)$

⑤ $\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$

09 극곡선 $r=1-\sin\theta$에서 원 $r=1-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 안에 있는 부분의 길이는?

① $8-2\sqrt{2}-2\sqrt{6}$ ② $9-2\sqrt{3}-2\sqrt{6}$

③ $10-3\sqrt{2}-2\sqrt{6}$ ④ $6-2\sqrt{2}-\sqrt{6}$

⑤ $10-4\sqrt{3}-\sqrt{6}$

서강대학교

10 세 벡터 $(0,1,1)$, $(-1,1,2)$, $(x,y,1)$로 이루어진 평행육면체 부피의 최댓값은? (단, 벡터 $(x,y,1)$의 길이는 $\sqrt{2}$이다.)

① $1+\sqrt{2}$ ② $2+\sqrt{2}$

③ $2-\sqrt{2}$ ④ $3-\sqrt{2}$

⑤ $4-\sqrt{2}$

11 곡선 C가 $\boldsymbol{r}(t)=(\cos t,\sin t,3t)\ (0\le t\le 2\pi)$로 주어질 때, 벡터장 $\boldsymbol{F}(x,y,z)=z\boldsymbol{i}+x\boldsymbol{j}+y\boldsymbol{k}$의 C 위 선적분 값은?

① π ② 3π

③ 5π ④ 7π

⑤ 9π

12 〈보기〉의 함수 중 라플라스 방정식 $u_{xx}+u_{yy}=0$을 만족하는 함수의 개수는?

ㄱ. $u=x^2+y^2$

ㄴ. $u=x^2-y^2$

ㄷ. $u=x^3+3xy^2$

ㄹ. $u=\ln\sqrt{x^2+y^2}$

ㅁ. $u=\sin x\cosh y+\cos x\sinh y$

ㅂ. $u=e^{-x}\cos y-e^{-y}\cos x$

① 1 ② 2

③ 3 ④ 4

⑤ 5

서강대학교

13 반복적분 $\int_0^1 \int_x^1 e^{\frac{x}{y}}\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x$의 값은?

① $\dfrac{e+1}{2}$ ② $\dfrac{e-1}{2}$

③ $e+1$ ④ $\dfrac{e-1}{3}$

⑤ $\dfrac{e+1}{3}$

14 포물면 $z=x^2+y^2$, 평면 $z=0$, 원기둥 $x^2+y^2-2x=0$으로 둘러싸인 입체의 부피는?

① $\dfrac{\pi}{2}$ ② π

③ $3\dfrac{\pi}{2}$ ④ 2π

⑤ $5\dfrac{\pi}{2}$

15 미분방정식 $(e^{x+y}+ye^y)\,\mathrm{d}x=(1-xe^y)\,\mathrm{d}y$를 완전미분방정식으로 바꾸는 적분인자가 될 수 있는 것은?

① e^x ② e^{-x}

③ x ④ e^y

⑤ e^{-y}

서강대학교

16 미분방정식 $y'' + 2y' + 3\frac{y}{4} = 0$을 연립식 $\begin{pmatrix} y' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y \\ y' \end{pmatrix}$으로 나타낸다. 행렬 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$의 고윳값을 λ_1, λ_2라 할 때, $a + b + c + d + \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$의 값은? (단, a, b, c, d는 상수이고 $|\lambda_1| > |\lambda_2|$이다.)

① $\frac{3}{4}$
② 1
③ $\frac{5}{4}$
④ $\frac{3}{2}$
⑤ 2

17 $\mathcal{L}$을 라플라스 변환, $\mathcal{L}^{-1}$을 역변환이라 할 때, $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s^2}{(s^2+4)^2}\right]$는?

① $\frac{\sin(2t) + 2t\cos(2t)}{4}$
② $\frac{\sin(2t) - 2t\cos(2t)}{4}$
③ $\frac{2\sin(2t) + t\cos(2t)}{4}$
④ $\frac{2\sin(2t) - t\cos(2t)}{4}$
⑤ $\frac{2t\sin(2t) + \cos(2t)}{4}$

18 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$의 가장 큰 고윳값을 λ, 그 고유공간을 E_λ라 하자. 벡터 $\boldsymbol{b} = (3, 2, 1)$의 E_λ 위 정사영을 $\boldsymbol{p} = (p_1, p_2, p_3)$라 할 때, $\lambda + p_1 + p_2 + p_3$의 값은?

① 4
② $\frac{29}{7}$
③ 5
④ $\frac{31}{5}$
⑤ 7

서강대학교

19 계수행렬이 $A=\begin{pmatrix}1&2&3&3\\5&7&8&\alpha\\3&3&2&1\end{pmatrix}$인 방정식 $A\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$에 대하여, 해를 갖지 않는 $\boldsymbol{b}\in\mathbb{R}^3$가 존재한다고 한다. A의 영공간 차원을 d라 할 때, $\alpha+d$의 값은?

① 7
② 8
③ 9
④ 10
⑤ 11

20 선형변환 $T:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$가 $T(1,2,3)=(1,0,0)$, $T(2,3,4)=(1,1,0)$, $T(3,5,6)=(1,1,1)$을 만족한다. $T(1,3,7)=(a,b,c)$일 때, abc의 값은?

① -12
② -10
③ 0
④ 8
⑤ 56