숭실대학교

문제편

25문항

원문 수학 26-50번을 교재 1-25번으로 정리했습니다. 한 페이지에 3문항씩, 마지막 장에는 25번을 실었습니다. 별표 4·19번은 원문과 해설의 불일치를 명시한 편집 보완입니다.

01 극한값은? (로그의 정의역 안에서 오른쪽으로 접근한다.)

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{4e^x + 3\ln x + x^2}{e^x + 2\ln x + 3x^2}.$$

① 4 ② $\frac{3}{2}$

③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{4}{3}$

02 다음 극한값은?

$$\lim_{h\to 0} \frac{\sin x(\cos h - 1) + (\cos x)\sin h}{h}.$$

① 0 ② $\sin x$

③ $\cos x$ ④ 1

03 다음 극한값은?

$$\lim_{x\to 0} \frac{4x^2 - \sin(2x)^2}{x^4}.$$

① 2 ② $\frac{2}{3}$

③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{16}{3}$

숭실대학교

04* 정적분의 값은? (분모의 지수는 기존 해설에 맞춘 편집 보완이다.)

$$\int_0^1 \frac{x^4}{x^5-2}\,\mathrm{d}x.$$

① $-\frac{1}{5}\ln 2$ ② $\frac{1}{5}\ln 2$

③ $\frac{1}{5}\ln 3$ ④ $5\ln 3$

05 다음 중 수렴하는 급수를 모두 고르면?

가. $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\frac{1}{n\ln n}$

나. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$

다. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+3}{n}\right)^{n^2}$

라. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^{\frac{1}{n}}}{(n+1)^2}$

① 가, 나 ② 나, 라

③ 가, 다, 라 ④ 나, 다, 라

06 크기가 같은 정사각행렬 A, B가 가역행렬 P에 대해 $A = P^{-1}BP$를 만족할 때, 두 행렬이 일반적으로 공유하지 않는 것은?

① 고유값 ② 고유벡터

③ 고유다항식 ④ 최소다항식

숭실대학교

07 곡선 $y=\int_0^{\sqrt{x}}\sqrt{1-t^2}\,\mathrm{d}t$의 $x=\frac{1}{2}$에서 접선 방정식은?

① $y=\frac{x}{2}+\frac{\pi}{8}$

② $y=\frac{1}{\sqrt{2}}x+\frac{\pi}{2}$

③ $y=\frac{x}{2}+\frac{\pi+2}{8}$

④ $y=\frac{1}{\sqrt{2}}x+\frac{\pi-\sqrt{2}}{2}$

08 $f(x)=\frac{1}{4}(x^3+1)^{3x}$일 때 $f'(1)$의 값은?

① $\frac{3}{2}+\ln 2$

② $9+6\ln 2$

③ $\frac{3}{2}+3\ln 2$

④ $9+3\ln 2$

09 곡선 $\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}y^3=\frac{1}{4}$에 대하여 $\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$는? (단, $y\neq 0$.)

① $\frac{x}{y^2}$

② $\frac{y-2x}{y^3}$

③ $\frac{y^3-2x^2}{y^5}$

④ $\frac{y^3+2x^2}{y}$

숭실대학교

10 다음 매개변수곡선에서 $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}$을 만족하는 t의 개수는?

$$x = e^t \cos t, \quad y = e^t \sin t, \quad 0 \le t \le 4\pi.$$

① 0 ② 1
③ 2 ④ 4

11 $y = \sin u$, $u = \frac{v}{2} - \frac{2}{v}$, $v = \ln(x^2)$일 때 $x = e$에서 $\frac{dy}{dx}$의 값은?

① 0 ② $\frac{1}{e}$
③ 1 ④ $\frac{2}{e}$

12 두 곡선의 한 교점에서 접선 사이의 각을 θ라 할 때 $|\tan\theta|$의 값은?

$$x^2 + y^2 = 1, \quad 8(x-1)^2 + 4y^2 = 5.$$

① $\frac{\sqrt{3}}{5}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$
③ $\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{3}$

숭실대학교

13 $f(x) = x^2 - 3$과 $g(x) = x - 1$로 둘러싸인 영역의 넓이는?

① $\frac{9}{2}$ ② 5

③ $\frac{11}{2}$ ④ 6

14 이중적분의 값은?

$$\int_0^1 \int_{\arcsin y}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1+\cos(x)^2}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y.$$

① 0 ② 1

③ $\frac{\pi}{4}$ ④ $\frac{\pi}{2}$

15 다음 두 이상적분의 수렴·발산을 올바르게 고르면?

가. $\int_1^\infty \frac{x}{x^3+1}\,\mathrm{d}x$

나. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$

① 가 수렴, 나 수렴 ② 가 발산, 나 수렴

③ 가 수렴, 나 발산 ④ 가 발산, 나 발산

숭실대학교

16 $\frac{dy}{dx} = 4x^3y$의 해가 될 수 있는 것은?

① e^{-x^4} ② $2e^{x^4}$

③ $3e^{2x^4}$ ④ $4e^{-2x^4}$

17 초깃값 문제 $y'' - 2y' - 3y = 0, y(0) = 6, y'(0) = 2$의 해 $y(x)$에 대하여 $y(2)$의 값은?

① $2e^6 + 4e^{-2}$ ② $2e^3 + 4e^{-1}$

③ $4e^6 + 4e^{-2}$ ④ $2e^6 + 4e^{-4}$

18 $y'' + xy = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1$의 해가 다음 멱급수일 때 계수의 쌍 (a_3, a_4)는?

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n.$$

① $\left(1, -\frac{1}{4}\right)$ ② $\left(0, \frac{1}{4}\right)$

③ $\left(0, \frac{1}{12}\right)$ ④ $\left(0, -\frac{1}{12}\right)$

숭실대학교

19* 이변수 함수에 대해 옳은 것을 모두 고르면? (원문의 등위식을 기존 해설의 극값 판정에 맞추어 함수로 정리한 편집 보완이다.)

$$f(x,y)=x^3-y^3+3x^2+3y^2-9x-5.$$

가. 임계점이 4개이다.
나. 극대점이 1개이다.
다. 안장점이 1개이다.
라. 극소점이 1개이다.

① 가, 다 ② 나, 라
③ 가, 나, 다 ④ 가, 나, 라

20 행렬식이 0인 3×3 행렬 M의 열벡터를 각각 v_1, v_2, v_3라 할 때, 옳은 것을 모두 고르면?

가. $v_1\times v_2$와 v_3는 서로 수직이다.
나. $av_1+bv_2=v_3$를 만족하는 a, b를 항상 찾을 수 있다.
다. $\{v_1, v_2, v_3\}$는 $\mathbb{R}^3$의 기저가 될 수 없다.

① 가, 나 ② 나, 다
③ 가, 다 ④ 가, 나, 다

21 곡면 $(x-1)^2+2(y-2)^2+3(z-3)^2=1$ 위의 점 P에서 접평면이 원점을 지날 때, 이러한 모든 P를 포함하는 평면은?

① $x+y+z=4$ ② $4x-2y+z=1$
③ $x-2y+3z=10$ ④ $x+4y+9z=35$

숭실대학교

22 좌표공간에서 다음 영역의 부피는? (반지름 $b > 0$.)

$$x^2 + y^2 + z^2 \le b^2, \quad x^2 + y^2 \le 3z^2.$$

① $\dfrac{(2-\sqrt{3})\pi}{3} b^3$ ② $\dfrac{\pi}{3} b^3$

③ $\dfrac{(4-2\sqrt{3})\pi}{3} b^3$ ④ $\dfrac{2\pi}{3} b^3$

23 반지름 2인 구슬의 중심을 지나는 축을 따라 원통형 구멍을 뚫었다. 구멍을 제외한 부분의 부피를 V라 한다. 구멍의 반지름 r가 $\dfrac{dr}{dt} = \sqrt{3}$으로 증가할 때, $r = 1$에서 $\dfrac{dV}{dt}$의 값은?

① $-\pi$ ② -4π

③ -6π ④ -12π

24 f, g가 구간 $[a, b]$에서 연속일 때 옳은 것을 모두 고르면? (단, $a < b$.)

가. $\left(\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx \right)^2 \le \int_a^b f(x)^2\,dx$

나. $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx \le \int_a^b \left(\frac{f(x)+g(x)}{2} + \frac{|f(x)-g(x)|}{2} \right) dx$

다. $\left| \displaystyle\int_a^b f(x)\,dx \right| \le \int_a^b |f(x)|\,dx$

① 가, 나 ② 가, 다

③ 나, 다 ④ 가, 나, 다

숭실대학교

25 다음 연립미분방정식이 $y_1(0)=0$, $y_2(0)=2$를 만족할 때 $y_1(1)-y_2(1)$의 값은?

$$\begin{cases} {y_1}' = y_1 + 12y_2 \\ {y_2}' = 3y_1 + y_2 \end{cases}.$$

① $3e^{7}-e^{-5}$ ② $e^{7}-3e^{-5}$

③ $e^{-7}-e^{5}$ ④ $3e^{7}-3e^{-5}$