세종대학교

문제편

25문항 · 100분

01 함수 $f(x) = \arcsin\sqrt{x}$에 대하여 $f'\left(\frac{1}{2}\right)$의 값을 구하면?

① $\frac{1}{2}$
② $\frac{\sqrt{2}}{2}$
③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$
④ 1
⑤ $\frac{\sqrt{5}}{2}$

02 극한 $\lim_{x\to\infty}\left(xe^{\frac{1}{x}} - x\right)$의 값을 구하면?

① $-\infty$
② 0
③ 1
④ e
⑤ ∞

03 극곡선 $r\sin^2\theta = \cos\theta$가 나타내는 곡선은?

① 직선
② 원
③ 타원
④ 포물선
⑤ 쌍곡선

세종대학교

04 점 $(1, 2, -2)$에서 평면 $3x + 2y - z = 1$에 내린 수선의 발을 (a, b, c)라 할 때, $a + b + c$의 값을 구하면?

① $-\frac{13}{7}$
② $-\frac{12}{7}$
③ $-\frac{11}{7}$
④ $-\frac{10}{7}$
⑤ $-\frac{9}{7}$

05 거듭제곱급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{3^n}$의 수렴반지름을 구하면?

① 3
② $\sqrt{3}$
③ 1
④ $\frac{1}{\sqrt{3}}$
⑤ $\frac{1}{3}$

06 실수 성분의 $n \times n$ 행렬로 이루어진 벡터공간을 M_n이라 하고 $(n \geq 2)$, 행렬 A의 i행 j열 성분을 a_{ij}라 하자. 다음 함수 중 M_n에서 $\mathbb{R}$로 가는 선형사상인 것만을 있는 대로 고르면? (단, Tr는 대각합이다.)

ㄱ. $F(A) = a_{ij}$
ㄴ. $F(A) = \mathrm{Tr}\, A$
ㄷ. $F(A) = \det A$

① ㄱ
② ㄴ
③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

세종대학교

07 $x^3+y^3+z^3+12xyz=3$일 때 편도함수 $\frac{\partial z}{\partial x}$를 구하면?

① $-\frac{z^2+4xy}{x^2+4yz}$ ② $-\frac{x^2+4yz}{z^2+4xy}$

③ $-\frac{z^2+3xy}{x^2+3yz}$ ④ $-\frac{x^2+3yz}{z^2+3xy}$

⑤ $-\frac{z^2+2xy}{x^2+2yz}$

08 급수 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2^n}$의 값을 구하면?

① 2 ② $\frac{9}{4}$

③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$

⑤ 3

09 아래 행렬 A의 영공간의 차원을 m, A^2의 영공간의 차원을 n이라 할 때 $m+n$의 값을 구하면?

$$A=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&2&0\\0&0&0&3\\0&0&0&0\end{pmatrix}.$$

① 1 ② 2

③ 3 ④ 4

⑤ 5

세종대학교

10 극곡선 $r = \sin(2\theta)$의 한 고리로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하면?

① $\frac{\pi}{32}$ ② $\frac{\pi}{16}$

③ $\frac{3\pi}{32}$ ④ $\frac{\pi}{8}$

⑤ $\frac{5\pi}{32}$

11 실수 성분을 갖는 2×2 대칭행렬 A의 대각합이 3, 행렬식이 1이다. $B = 3A^3 - 2A$라 할 때 B의 대각합을 구하면?

① 45 ② 48

③ 51 ④ 54

⑤ 57

12 함수 $f(x) = e^{-x^2}$에 대하여 $f^{(100)}(0)$의 값을 구하면?

① $-\frac{100!}{50!}$ ② $-\frac{100!}{49!}$

③ 0 ④ $\frac{100!}{49!}$

⑤ $\frac{100!}{50!}$

세종대학교

13 함수 $f(x,y)=x-2y^2+4y-2$에 대하여 등위곡선 $f(x,y)=1$ 위의 점 $P=(x,2)$를 생각하자. 다음 중 P에서 등위곡선의 단위접선벡터인 것은?

① $\left(\frac{4}{\sqrt{17}},\frac{1}{\sqrt{17}}\right)$ ② $\left(-\frac{4}{\sqrt{17}},\frac{1}{\sqrt{17}}\right)$

③ $\left(\frac{5}{\sqrt{34}},\frac{3}{\sqrt{34}}\right)$ ④ $\left(-\frac{5}{\sqrt{34}},\frac{3}{\sqrt{34}}\right)$

⑤ $\left(\frac{3}{\sqrt{34}},\frac{5}{\sqrt{34}}\right)$

14 다음 벡터들을 1×3 행벡터로 이해하자. 3×3 행렬 $A=\sum_{i=1}^{3}\boldsymbol{v}_i^T\boldsymbol{w}_i$의 행렬식이 60일 때, b_1의 값을 구하면?

$$\begin{aligned}\boldsymbol{v}_1&=(1,a_1,a_2),\quad \boldsymbol{w}_1=(b_1,b_2,3),\\ \boldsymbol{v}_2&=(0,2,a_3),\quad \boldsymbol{w}_2=(0,1,b_3),\\ \boldsymbol{v}_3&=(0,0,1),\quad \boldsymbol{w}_3=(0,0,2).\end{aligned}$$

① 5 ② 10

③ 15 ④ 20

⑤ 30

15 함수 $f(x)=x+e^x$에 대하여 아래 정적분의 값을 구하면?

$$\int_1^{1+e} f^{-1}(x)\{x-f^{-1}(x)\}\,\mathrm{d}x.$$

① $\frac{1}{4}e^2+\frac{5}{4}$ ② $\frac{1}{2}e^2+\frac{5}{4}$

③ $\frac{3}{4}e^2+\frac{5}{4}$ ④ $e^2+\frac{5}{4}$

⑤ $\frac{5}{4}e^2+\frac{5}{4}$

세종대학교

16 정적분 $\int_0^1 \sin(2\arccos x)\,dx$의 값을 구하면?

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{7}{12}$
③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{12}$
⑤ $\frac{1}{3}$

17 곡면 $x^2+10y^2+z^2=5$에서 정의되는 함수 $f(x,y,z)=8x-4z$의 최댓값을 구하면?

① 16 ② 17
③ 18 ④ 19
⑤ 20

18 힘벡터장 $\boldsymbol{F}(x,y)=(x^2,-xy)$가 곡선 $\boldsymbol{r}(t)=(\cos t,\sin t)\ (0\le t\le \frac{\pi}{2})$를 따라 입자를 움직일 때 한 일의 값을 구하면?

① $-\frac{1}{6}$ ② $-\frac{1}{3}$
③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{2}{3}$
⑤ $-\frac{5}{6}$

세종대학교

19 곡선 $y = \ln x$의 곡률의 최댓값을 구하면?

① $\frac{\sqrt{3}}{9}$ ② $\frac{2\sqrt{3}}{9}$

③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{4\sqrt{3}}{9}$

⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{9}$

20 임의의 연속함수 $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$에 대하여 아래 두 반복적분이 같은 영역을 나타내도록 적분 순서를 바꿀 때, $a + b + c + d$의 값을 구하면?

$$I = \int_0^1 \int_0^{\sqrt[3]{x}} \int_0^{1-y} f(x, y, z)\, \mathrm{d}z\, \mathrm{d}y\, \mathrm{d}x,$$
$$I = \int_0^1 \int_a^b \int_c^d f(x, y, z)\, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y\, \mathrm{d}z.$$

① $y^3 - x + 2$ ② $y^3 + x - 2$

③ $y^3 - y + 2$ ④ $y^3 + z - 2$

⑤ $y^3 - z + 2$

21 함수 $f(x) = x^3 + 2x^2 + ax + 1$에 대하여 아래 부정적분이 유리함수일 때, $f'(0)$의 값을 구하면? (단, a는 상수이다.)

$$\int \frac{f(x)}{x^3(x+1)^2}\, \mathrm{d}x.$$

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$

③ 2 ④ $\frac{9}{4}$

⑤ $\frac{5}{2}$

세종대학교

22 x축을 중심으로 곡선 $x=\frac{y^4}{8}+\frac{1}{4y^2}\left(1\le y\le\sqrt{2}\right)$를 회전시켜 얻는 곡면의 넓이를 구하면?

① $\frac{\pi}{10}\left(8-3\sqrt{2}\right)$
② $\frac{\pi}{5}\left(8-3\sqrt{2}\right)$
③ $\frac{\pi}{5}\left(4+3\sqrt{2}\right)$
④ $\frac{\pi}{10}\left(8+3\sqrt{2}\right)$
⑤ $\frac{\pi}{5}\left(8+3\sqrt{2}\right)$

23 곡선 $C:\boldsymbol{r}(t)=(3\cos t,3\sin t)\ (0\le t\le 2\pi)$에 대하여 아래 선적분의 값을 구하면?

$$\int_C \frac{y-1}{x^2+(y-1)^2}\,\mathrm{d}x-\frac{x}{x^2+(y-1)^2}\,\mathrm{d}y.$$

① -4π
② -2π
③ 0
④ 2π
⑤ 4π

24 좌표공간의 yz평면에서 세 직선 $z=-1$, $z=1$, z축과 곡선 $y=f(z)=2-\sqrt{1-z^2}$로 둘러싸인 영역을 D라 하자. z축을 중심으로 D를 회전시켜 얻는 입체를 E라 할 때, 아래 삼중적분의 값을 구하면?

$$\iiint_E \frac{3x^2}{(f(z))^4}\,\mathrm{d}V.$$

① $\frac{\pi}{2}$
② $\frac{3\pi}{4}$
③ π
④ $\frac{5\pi}{4}$
⑤ $\frac{3\pi}{2}$

세종대학교

25 벡터 $\boldsymbol{X} = (x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n$의 노름을 아래처럼 정의한다. 아래 행렬 A와 $\|\boldsymbol{X}\| = 1$을 만족하는 행벡터 $\boldsymbol{X} \in \mathbb{R}^3$에 대하여 $\left\|(A\boldsymbol{X}^T)^T\right\|$의 최댓값을 구하면?

$$\|\boldsymbol{X}\| = \sqrt{\sum_{k=1}^{n} x_k^2}, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

① 2
② $\sqrt{5}$
③ $\sqrt{6}$
④ $\sqrt{7}$
⑤ $2\sqrt{2}$