성균관대학교

문제편

20문항

한 페이지에 3문항씩 배치했습니다. 원문 수학 26-45번을 교재 1-20번으로 정리했습니다. 선택지의 값과 정답은 원문을 유지했습니다.

01 극한 $\lim_{x\to\infty} \frac{(\ln(x+1))^3}{x\ln x}$의 값은?

① 0
② e
③ 1
④ $\frac{1}{2}$
⑤ $\frac{1}{e}$

02 C가 $x^2+y^2=16$으로 정의된 반시계 방향의 단순 폐곡선일 때, 다음 선적분의 값은?

$$\int_C (3y-\sin x)\,\mathrm{d}x + (7x+y^{2019})\,\mathrm{d}y.$$

① 16π
② 32π
③ 48π
④ 64π
⑤ 80π

03 상수 a, b, c에 대해 다음 식이 성립할 때, $a+b+c$의 값은? (단, $x>0$이다.)

$$\int \left(2x+\frac{1}{x}\right)\ln x\,\mathrm{d}x = ax^2\ln x + b(\ln x)^2 + cx^2 + \text{적분상수}.$$

① -1
② $-\frac{1}{2}$
③ 0
④ $\frac{1}{2}$
⑤ 1

성균관대학교

04 y가 미분방정식 $y' + ty = 0$, $y(0) = 1$의 해일 때, $\frac{\sqrt{y(2)}}{y(1)^2}$의 값은?

① 0
② 1
③ $\frac{\sqrt{2}}{4}$
④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$
⑤ $\frac{\sqrt{e}}{9}$

05 곡선 $y = x^2$의 점 $(1, 1)$에서 곡률의 값은?

① $\frac{1}{5}$
② $\frac{2}{5\sqrt{7}}$
③ $\frac{3}{5}$
④ $\frac{2}{5\sqrt{5}}$
⑤ 1

06 y가 미분방정식 $y' = y(1 - y)$, $y(0) = \frac{1}{2}$의 해일 때, $y(1)$의 값은?

① 1
② e
③ $\frac{e}{e+1}$
④ $\frac{e+1}{e}$
⑤ 0

성균관대학교

07 실수 성분을 갖는 행렬 A에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① A가 대칭행렬이면 열공간과 영공간은 서로 직교한다.

② $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$은 대각화 가능하지 않다.

③ 연립방정식 $A\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$의 해가 존재하지 않으면 $A\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$은 자명해만 갖는다.

④ 가역행렬 A와 A^{-1}의 모든 성분이 정수이면 $\det A$는 1 또는 -1이다.

⑤ A가 단위행렬 I와 닮으면 $A=I$이다.

08 $f(x)=\cos(x^3)$에 대해 $\sum_{i=1}^{15}\frac{f^{(i)}(0)}{i!}$의 값은?

① $-\dfrac{29}{24}$ ② $-\dfrac{23}{24}$

③ $-\dfrac{17}{24}$ ④ $-\dfrac{11}{24}$

⑤ $-\dfrac{5}{24}$

09 y가 다음 미분·적분 방정식과 조건을 만족할 때, $y(1)$의 값은?

$$y'(t)=y(t)+1+2\int_0^t y(s)\,\mathrm{d}s,\quad y'(0)=2.$$

① e^2 ② e

③ $\sqrt{e}$ ④ $e-e^2$

⑤ $e+e^2$

성균관대학교

10 다음 행렬 A에 대해 A^6의 대각합 $\mathrm{tr}(A^6)$의 값은?

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

① 731 ② 732
③ 733 ④ 734
⑤ 735

11 단위구면 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$에서 평면 $z = \frac{1}{2}$의 위에 놓인 곡면의 넓이는?

① π ② $3\dfrac{\pi}{2}$
③ 2π ④ $5\dfrac{\pi}{2}$
⑤ 3π

12 $\mathbb{R}^4$에서 방정식 $2x_1 - x_3 + x_4 = 0$의 해공간을 W라 하자. 점 $(1,1,1,1)$을 W로 직교사영시킨 점은?

① $\left(-\dfrac{1}{3}, 1, \dfrac{2}{3}, \dfrac{4}{3}\right)$ ② $\left(\dfrac{1}{3}, 1, \dfrac{2}{3}, \dfrac{4}{3}\right)$
③ $\left(\dfrac{2}{3}, 1, \dfrac{1}{3}, \dfrac{4}{3}\right)$ ④ $\left(\dfrac{2}{3}, 1, -\dfrac{1}{3}, \dfrac{1}{3}\right)$
⑤ $\left(\dfrac{1}{3}, 1, \dfrac{4}{3}, \dfrac{2}{3}\right)$

성균관대학교

13 y가 미분방정식 $2y'' - 3y' + y = 0$, $y(0) = y'(0) = 1$의 해이다. 라플라스 변환을 $\mathcal{L}[y](s)$라 할 때, $\lim_{s\to\infty} s\mathcal{L}[y](s)$의 값은?

① -1
② 0
③ e
④ 1
⑤ π

14 네 직선 $2x - y = 0$, $2x - y = 2$, $x - 2y = 1$, $x - 2y = 3$으로 둘러싸인 영역 R에서 $\int_R \int \frac{2x-y}{x-2y}\,\mathrm{d}A$의 값은?

① $\frac{\ln 3}{3}$
② $\frac{2\ln 3}{3}$
③ $\ln 3$
④ $\frac{4\ln 3}{3}$
⑤ $\frac{5\ln 3}{3}$

15 $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$에 대해 A^n의 모든 성분의 합을 a_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$의 값은?

① $\frac{1}{8}$
② $\frac{1}{4}$
③ $\frac{3}{8}$
④ $\frac{1}{2}$
⑤ $\frac{5}{8}$

성균관대학교

16 미분방정식 $(e^{2y}-y)\frac{dy}{dx}=\sin x$, $y(0)=0$의 해곡선 위에 있는 점은?

① $(1,2)$ ② $(2,3)$

③ $(2\pi,0)$ ④ $(2\pi,1)$

⑤ $(\pi,2)$

17 S가 단위구면 $x^2+y^2+z^2=1$에서 $z\geq 0$인 부분이고 위쪽으로 향한다. 벡터장 $\boldsymbol{F}=(y+xz^2, x(xy+z^2), zy^2+x^2)$의 S를 통과하는 유량은?

① $\frac{9\pi}{20}$ ② $\frac{11\pi}{20}$

③ $\frac{13\pi}{20}$ ④ $3\frac{\pi}{4}$

⑤ $\frac{17\pi}{20}$

18 구간 $-2<x<-1$의 모든 x에 대해 수렴하는 무한급수를 모두 고른 것은?

(가) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-2)^n x^n}{\sqrt{n+1}}$

(나) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{\ln n}$

(다) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n(x+1)^n}{2^{n+1}}$

① (가), (나) ② (나), (다)

③ (가) ④ (나)

⑤ (다)

성균관대학교

19 평면 $z = x + 2$와 원통 $x^2 + y^2 \leq 1$의 공통 부분인 면 S에서 면적분 $\int_S \int z \, \mathrm{d}S$의 값은?

① $\frac{\sqrt{2}\pi}{3}$ ② $\frac{\sqrt{2}\pi}{2}$

③ $\sqrt{2}\pi$ ④ $2\sqrt{2}\pi$

⑤ $3\sqrt{2}\pi$

20 원 $a(x^2 + y^2) + b(x + y) = 1$이 네 점 $(0, 1)$, $(-1, 0)$, $(1, -1)$, $(1, 1)$에 대한 최소제곱해로 정해질 때, 이 원의 넓이는?

① $\frac{155\pi}{98}$ ② $\frac{160\pi}{98}$

③ $\frac{165\pi}{98}$ ④ $\frac{170\pi}{98}$

⑤ $\frac{175\pi}{98}$