단국대학교

문제편

20문항

원본 수학 31–50번을 01–20번으로 재번호화했습니다. 별표는 실수 거듭제곱의 범위·극좌표 영역의 뜻·미분 조건을 명시한 문항입니다.

01 원 $x^2+y^2=25$ 위의 점 $(3,4)$에서 접하는 직선의 방정식을 고르시오.

① $3x+4y=25$ ② $3x-4y=-7$

③ $4x+3y=24$ ④ $4x-3y=0$

02 닫힌 구간 $[-1,2]$에서 함수 $f(x)=x^3-2x^2+x-1$의 최댓값을 a, 최솟값을 b라 하자. $a+b$를 구하시오.

① -4 ② -1 ③ 1 ④ 4

03 다음 조건을 만족하는 실수 a를 구하시오.

$$\int_{-1}^{3} (x-a|x|)\,\mathrm{d}x = 10.$$

① $-\dfrac{6}{5}$ ② $-\dfrac{2}{5}$ ③ $\dfrac{2}{5}$ ④ $\dfrac{6}{5}$

단국대학교

04 좌표평면에서 직선 $x=0, x=2\pi$와 두 곡선 $y=\sin\left(\frac{x}{2}\right), y=\cos x$로 둘러싸인 전체 영역의 넓이를 구하시오.

① $-2+3\sqrt{3}$ ② $-4+6\sqrt{3}$

③ $2+3\sqrt{3}$ ④ $4+6\sqrt{3}$

05* 수열 $a_n=-\ln n\ (n=1,2,\ldots)$에 대해 다음 급수가 실수값으로 정의되고 수렴하도록 하는 양의 정수 k의 최솟값을 구하시오.

$$\sum_{n=1}^{\infty} k^{a_n}.$$

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5

06* 장미곡선 $r=\cos(2\theta)$로 둘러싸인 전체 내부 영역 중 $x\geq 0$인 부분의 넓이를 구하시오. 원문의 $\cos\theta\geq 0$은 기하학적인 극각으로 정한 오른쪽 반평면을 뜻한다.

① $\frac{\pi}{8}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ π

단국대학교

07 두 평면 $x-2y+z=0$, $2x+3y-2z=0$의 교선에 평행한 벡터를 고르시오.

① $(1,-4,7)$ ② $(1,4,-7)$ ③ $(1,4,7)$ ④ $(1,-4,-7)$

08 점 $(1,2)$에서 함수 $f(x,y)=2x^2+y^2$이 가장 빨리 변화하는 방향을 (a,b)라 하자. $\frac{b}{a}$를 구하시오. 단, a,b는 상수이다.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

09 곡면 $y=x^2+z^2$과 평면 $y=a\ (a>0)$로 둘러싸인 영역을 E라 하자. 다음을 만족하는 실수 a를 구하시오.

$$\iiint_E \sqrt{x^2+z^2}\,\mathrm{d}V=\frac{128\pi}{15}.$$

① 1 ② 4 ③ 9 ④ 16

단국대학교

10 함수 $f(x,y) = -x^3 + 4xy - 2y^2 + 1$이 점 (a,b)에서 극값 c를 갖는다. $a+b+c$를 구하시오. 단, a, b, c는 상수이다.

① $\dfrac{20}{27}$ ② $\dfrac{19}{9}$ ③ $\dfrac{94}{27}$ ④ $\dfrac{131}{27}$

11 매끄러운 함수 $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$와 곡선 $r : (-1,1) \to \mathbb{R}^3$에 대해 $g(t) = f(r(t))$가 $t = 0$에서 최솟값을 갖는다. 다음 두 벡터의 길이가 각각 $\sqrt{3}, 1$일 때 $\|u - v\|$를 구하시오.

$$u = (\nabla f)(r(0)), \quad v = r'(0).$$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

12 구면 $S^2 : x^2 + y^2 + z^2 = 1$에 대해 다음 면적분을 구하시오.

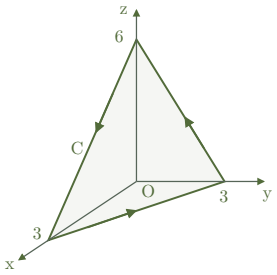
$$\iint_{S^2} \ln\left(1 + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right) \mathrm{d}S.$$

① $\pi \ln 2$ ② $2\pi \ln 2$ ③ $3\pi \ln 2$ ④ $4\pi \ln 2$

단국대학교

13 곡선 C는 평면 $2x+2y+z=6$과 세 좌표평면의 교선들을 변으로 하는 삼각형이다. 방향은 원점에서 바라볼 때 시계방향이며 그림의 화살표와 같다. 벡터장 $F=(-y^2,z,x)$의 선적분을 구하시오.

$$\oint_C F\cdot \mathrm{d}r.$$



① -12 ② -9 ③ -6 ④ -3

14* 벡터장 $F:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$의 이계 편도함수가 연속이고 $\nabla\times F=(P,Q,R)$라 하자. 점 (x_0,y_0,z_0)에서 다음이 성립할 때 실수 c를 구하시오.

$$\begin{pmatrix} P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \\ R_x & R_y & R_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & a & 0 \\ 1 & 0 & b \\ 2 & 5 & c \end{pmatrix}.$$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

15 다음 행렬 A에 대한 설명 중 옳은 것의 개수를 구하시오.

$$A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

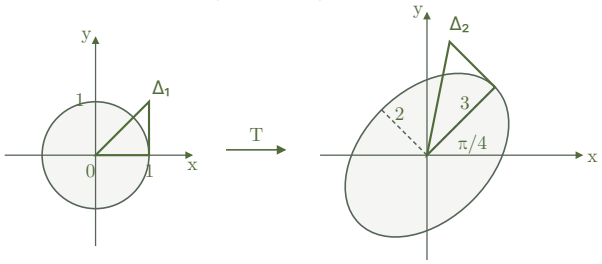
ㄱ. A의 고유값은 모두 양의 실수이다.
ㄴ. 행렬 $B=A^6$의 고유값의 최댓값은 64이다.
ㄷ. A는 대각화 가능하다.
ㄹ. A는 직교대각화 가능하지 않다.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

단국대학교

16 선형변환 $T:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$는 그림과 같이 단위원을 타원으로, 삼각형 Δ_1을 Δ_2로 대응시킨다. 타원의 장·단반경은 각각 3, 2이고 장축은 양의 x축과 $\frac{\pi}{4}$를 이룬다. 다음을 만족하는 a,b에 대해 $a+b$를 구하시오.

$$T\left(\frac{1}{3},\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)=(a,b).$$



① $\frac{5}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ $\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{2}$

17 상수 a,b,c에 대해 다음이 성립한다.

$$A=\begin{pmatrix}a & b & c\\ 3 & 1 & 2\\ 0 & -1 & 1\end{pmatrix},\quad \det A=(a,b,c)\cdot((3,1,2)\times(0,-1,1))=3.$$

방정식 $A(x,y,z)^T=(3,0,0)^T$의 해가 (x_0,y_0,z_0)일 때 $3x_0+y_0+z_0$를 구하시오.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

18 다음 초기값 문제의 해에 대해 $y(\frac{\pi}{4})$를 구하시오.

$$y'+(\tan x)y=\cos^2 x,\quad y(0)=-1.$$

① $1+\sqrt{2}$ ② $1-\sqrt{2}$ ③ $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{1-\sqrt{2}}{2}$

단국대학교

19 다음 초기값 문제의 해에 대해 $y(2) - y'(2)$를 구하시오.

$$x^2y'' - 3xy' + 4y = 0 \quad (x > 0),$$
$$y(1) = 5, \quad y'(1) = 3.$$

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20

20 다음 함수의 역라플라스 변환을 고르시오.

$$F(s) = \frac{1}{(s^2+1)(s^2+4)}.$$

① $\frac{1}{3}\left(\sin t - \frac{1}{2}\cos(2t)\right)$ ② $\frac{1}{3}\left(\cos t - \frac{1}{2}\sin(2t)\right)$

③ $\frac{1}{3}\left(\sin t - \frac{1}{2}\sin(2t)\right)$ ④ $\frac{1}{3}\left(\cos t - \frac{1}{2}\cos(2t)\right)$