아주대학교

문제편

25문항

원문 수학 26-50번을 교재 1-25번으로 정리했습니다. 한 페이지에 3문항씩, 마지막 장에는 25번을 실었습니다. 23-25번 공통 지문은 23번에 실었습니다.

01 $0 \le x \le 1$에서 $\cos\left(\arcsin\left(-\sqrt{1-x}\right)\right)$를 간단히 하면?

① $\sqrt{x}$
② $-\sqrt{x}$
③ $\sqrt{1-x}$
④ $-\sqrt{1-x}$
⑤ $\dfrac{\sqrt{x}}{2}$

02 실수 전체에서 정의된 함수 $f(x) = 2e^{x+1} - 2x - x^2$의 역함수를 g라 할 때 $g'(3)$의 값은?

① 1
② $\dfrac{1}{2}$
③ $\dfrac{1}{3}$
④ $\dfrac{1}{6}$
⑤ $\dfrac{1}{7}$

03 실수 전체에서 미분가능한 함수 f에 대한 다음 표를 이용하여 $(f \circ f \circ f)'(0)$의 값을 구하면?

a	-2	-1	0	1	2	4
$f(a)$	4	0	1	-1	1	0
$f'(a)$	3	2	-3	1	4	2

① -8
② -6
③ -4
④ 2
⑤ 8

아주대학교

04 곡선 $x^2 = y^3 - y + 3$ 위의 점 $(3, 2)$에서 접선의 기울기는?

① $\frac{6}{11}$ ② $\frac{3}{11}$

③ $\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{3}{2}$

05 극한의 값은?

$$\lim_{x \to 0} \frac{x(\cos(2x) - 1)}{\arctan x - x}.$$

① -6 ② -2

③ 0 ④ 2

⑤ 6

06 이변수 함수 $f(x, y) = \sqrt{x^2 + 3y^2}$의 $(1, 1)$에서의 일차 근사를 이용하여 $f(1.2, 0.9)$를 근사하면?

① 1.95 ② 1.99

③ 2.01 ④ 2.05

⑤ 2.1

아주대학교

07 무한급수의 합은?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+3n+1}{(n+2)!}.$$

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$
③ $\frac{1}{2}$ ④ 1
⑤ $\frac{3}{2}$

08 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$의 수렴·발산 판정에 대한 설명 중 옳은 것은?

① 모든 n에 대해 $a_n \le b_n$이고 $\sum b_n$이 수렴하면 $\sum a_n$은 수렴한다.
② 모든 n에 대해 $b_n \le a_n$이고 $\sum b_n$이 수렴하면 $\sum a_n$은 수렴한다.
③ 모든 n에 대해 $b_n \le a_n$이고 $\sum b_n$이 발산하면 $\sum a_n$은 발산한다.
④ 모든 n에 대해 $|b_n| \le a_n$이고 $\sum b_n$이 수렴하면 $\sum a_n$은 수렴한다.
⑤ 모든 n에 대해 $|b_n| \le a_n$이고 $\sum b_n$이 발산하면 $\sum a_n$은 발산한다.

09 다음 급수가 발산하는 경우는?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{nq}}{n^p(\ln(n+2019))^{\frac{q}{2}}}.$$

① $p=3,\quad q=1$ ② $p=2,\quad q=2019$
③ $p=1,\quad q=1$ ④ $p=1,\quad q=2$
⑤ $p=1,\quad q=4$

아주대학교

10 $f(x)=\sum_{n=0}^{\infty}(n+1)x^{2n}$일 때 $\sum_{n=0}^{\infty} n^2x^{2n}$으로 표현되는 함수는?

① $xf'(x)-x^2f(x)$

② $\frac{x}{2}f'(x)-x^2f(x)$

③ $xf'(x)-\frac{x^2}{2}f(x)$

④ $2xf'(x)-x^2f(x)$

⑤ $2xf'(x)+x^2f(x)$

11 평면 영역

$$\{(x,y):x^2+y^2\le 4,\quad (x-1)^2+y^2\ge 1\}$$

의 무게중심이 $(a,0)$일 때 a의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② $-\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $-\frac{1}{3}$

⑤ 0

12 곡선 $y=\frac{1}{2}\left(x^2-\frac{1}{2}\ln x\right)$, $1\le x\le 2$의 길이는?

① $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\ln 2$

② $1+\frac{1}{2}\ln 2$

③ $\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\ln 2$

④ $\frac{3}{2}+\frac{1}{4}\ln 2$

⑤ $\frac{3}{2}+\ln 2$

아주대학교

13 이상적분의 값은?

$$\int_{\frac{1}{2}}^{\infty} \frac{1}{1+4x^2}\,\mathrm{d}x.$$

① $\frac{\pi}{16}$ ② $\frac{\pi}{16}+1$

③ $\frac{\pi}{8}$ ④ $\frac{\pi}{8}+1$

⑤ $\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}$

14 다음 보기 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

ㄱ. $\pi-\frac{\pi^3}{3!}+\frac{\pi^5}{5!}-\frac{\pi^7}{7!}+\cdots$는 0으로 수렴한다.

ㄴ. $\int_0^4 \frac{2x}{x^2-1}\,\mathrm{d}x=\ln 15.$

ㄷ. $S=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$의 2019번째 부분합 S_{2019}는 S보다 크다.

ㄹ. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\sin^3\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$은 절대수렴한다.

① 0개 ② 1개

③ 2개 ④ 3개

⑤ 4개

15 $y=1-|x|$와 x축으로 둘러싸인 영역을 직선 $x=2$ 주위로 회전한 입체의 부피는?

① π ② 2π

③ 3π ④ 4π

⑤ 5π

아주대학교

16 함수 $f(x) = x^5 - 4x^3 + 3x^2 - 2 + \sin^4(x-1)$의 $x = 1$에서의 2차 테일러 다항식을 $P(x)$라 할 때 $P(2)$의 값은?

① -4
② -2
③ 0
④ 2
⑤ 4

17 꼬인 위치의 두 직선 사이의 거리는?

$$x - 1 = y + 2 = z - 3, \quad x = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{3}.$$

① $\dfrac{1}{\sqrt{42}}$
② $\dfrac{3}{\sqrt{42}}$
③ $\dfrac{1}{\sqrt{6}}$
④ $\dfrac{3}{\sqrt{6}}$
⑤ $\dfrac{1}{\sqrt{21}}$

18 미분가능한 함수 $f(u,v)$에 대해 $w = g(x,y) = f(x+2y-1, 2x-y)$이다. 표를 이용하여 $(x,y) = (1,1)$에서 $\frac{\partial w}{\partial y}$를 구하면?

(u,v)	f	f_u	f_v
$(1,1)$	1	1	2
$(1,2)$	3	−2	1
$(2,1)$	2	−1	−1
$(2,2)$	1	2	2

① -2
② -1
③ 0
④ 1
⑤ 2

아주대학교

19 곡선 $y = x^4$를 y축 주위로 회전하여 얻은 물통에 물을 넣고 있다. 깊이가 4cm일 때 수면이 2cm/sec의 속도로 올라가면, 수면의 넓이가 증가하는 비율은 몇 cm^2/sec인가?

① 4π
② 2π
③ π
④ $\frac{3\pi}{2}$
⑤ $\frac{\pi}{2}$

20 실수 x, y가 $4x^2 + y^2 + xy = 1$을 만족할 때 e^{xy}의 최댓값은?

① e
② $e^{\frac{1}{3}}$
③ $e^{\frac{1}{5}}$
④ 1
⑤ 존재하지 않는다.

21 이중적분의 값은?

$$\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 \sin(\pi y^3)\, \mathrm{d}y\, \mathrm{d}x.$$

① $\frac{\pi}{2}$
② $2\frac{\pi}{3}$
③ $\frac{\pi}{4}$
④ $\frac{1}{2\pi}$
⑤ $\frac{2}{3\pi}$

아주대학교

22 극좌표 곡선 $r = \sqrt{\sin^3\theta}$, $0 \le \theta \le \pi$로 둘러싸인 영역의 넓이는?

① $\dfrac{2}{3}$ ② $2\dfrac{\pi}{3}$

③ $\dfrac{1}{3}$ ④ $\dfrac{\pi}{3}$

⑤ π

23 다음 23–25번 공통 지문에서 a의 값은?

23–25번 공통 지문: $I = \int_0^\infty x^2 e^{-x^2}\,\mathrm{d}x$를 구하기 위해

$$I^2 = \left(\int_0^\infty x^2 e^{-x^2}\,\mathrm{d}x\right)\left(\int_0^\infty y^2 e^{-y^2}\,\mathrm{d}y\right) = \int_0^\infty \int_0^\infty x^2 y^2 e^{-x^2-y^2}\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x.$$

극좌표로 바꾸면

$$I^2 = \int_0^a \left(\int_0^\infty r^m e^{-r^2}\,\mathrm{d}r\right)\sin^2\theta\cos^2\theta\,\mathrm{d}\theta = b\int_0^a \sin^2\theta\cos^2\theta\,\mathrm{d}\theta.$$

배각·반각 공식으로 $\sin^2\theta\cos^2\theta = \alpha + \beta\cos(\gamma\theta)$이고

$$\int_0^a (\alpha + \beta\cos(\gamma\theta))\,\mathrm{d}\theta = c.$$

따라서 $I^2 = bc$를 이용하여 I를 정할 수 있다.

① $\dfrac{\pi}{4}$ ② $\dfrac{\pi}{3}$

③ $\dfrac{\pi}{2}$ ④ π

⑤ 2π

24 23번 공통 지문에서 c의 값은?

① $\dfrac{\pi}{16}$ ② $\dfrac{\pi}{4}$

③ 1 ④ $\dfrac{\pi^2}{4}$

⑤ $\dfrac{\pi^2}{16}$

아주대학교

25 이상적분의 값은?

$$\int_0^\infty x^2 e^{-x^2}\,\mathrm{d}x.$$

① $\dfrac{\pi}{4}$ ② $\dfrac{\pi}{2}$

③ $\dfrac{1}{2}$ ④ $\dfrac{\sqrt{\pi}}{4}$

⑤ $\dfrac{\sqrt{\pi}}{2}$