명지대학교

문제편

25문항

문제는 한 페이지에 3문항씩 배치했습니다. 23번 ㄷ의 누락 조건은 별표로 보완 표시했습니다. 해설 앞에 원자료와의 차이를 밝혔습니다.

01 두 공간벡터 $a=-3i+j-2k$, $b=-2j+2k$에 대하여 벡터 $a\times b$의 모든 성분의 합은?

① -10 ② -5
③ 0 ④ 5
⑤ 10

02 $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{2k}{n^2}\left(1+\frac{k^2}{n^2}\right)$의 값은?

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$
③ 2 ④ $\frac{9}{4}$
⑤ $\frac{5}{2}$

03 다음 조건을 만족시키는 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $f(3)$의 최솟값은?

(가) $f(1)=5$.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)\geq 2$이다.

① 6 ② 7
③ 8 ④ 9
⑤ 10

명지대학교

04 함수 $f(x,y)=\arctan\left(\frac{x}{y}\right)$에 대하여 $\frac{\partial f}{\partial x}(1,-1)+\frac{\partial f}{\partial y}(1,-1)$의 값은?

① -2 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 2

05 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

ㄱ. $\lim_{x\to 0}\frac{\sin(3x)}{\tan(2x)}=\frac{3}{2}$

ㄴ. $\lim_{x\to 2}\frac{\ln x-\ln 2}{x-2}=1$

ㄷ. $\lim_{x\to 1}\arcsin\left(\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}\right)=\frac{\pi}{6}$

① ㄱ ② ㄴ
③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ
⑤ ㄱ, ㄷ

06 공간벡터 $a=\langle 2,1,-2\rangle$가 x축, y축, z축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 각각 α, β, γ라 할 때, $\frac{\cos\alpha+\cos\beta}{\cos\gamma}$의 값은?

① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$
③ 0 ④ $\frac{1}{2}$
⑤ $\frac{3}{2}$

명지대학교

07 좌표공간에서 벡터함수 $r(t) = \langle \cos t, \sin t, 4t \rangle$로 주어진 곡선에 대하여 점 $(0, 1, 2\pi)$에서 접선의 방정식은?

① $-x = \dfrac{z - 2\pi}{4}$, $y = 1$

② $x = \dfrac{2z - \pi}{8}$, $y = 1$

③ $x = \dfrac{2z - \pi}{4}$, $y = 1$

④ $x = \dfrac{z - 2\pi}{4}$, $y = 1$

⑤ $x = \dfrac{2z - \pi}{4} = y - 1$

08 좌표공간에서 벡터함수 $r(t) = \langle \cos t, \sin t, 4t \rangle$로 주어진 곡선에 대하여 점 $(1, 0, 0)$에서 점 $(1, 0, 8\pi)$까지 곡선의 길이는?

① 4π

② $\sqrt{17}\pi$

③ $2\sqrt{14}\pi$

④ 8π

⑤ $2\sqrt{17}\pi$

09 곡선 $y = x^2 - x^3$과 x축으로 둘러싸인 영역을 R이라 하자. 영역 R을 x축 둘레로 회전시켜 생기는 입체의 부피를 V_1, y축 둘레로 회전시켜 생기는 입체의 부피를 V_2라 할 때, $\frac{V_2}{V_1}$의 값은?

① $\dfrac{17}{2}$

② $\dfrac{19}{2}$

③ $\dfrac{21}{2}$

④ $\dfrac{23}{2}$

⑤ $\dfrac{25}{2}$

명지대학교

10 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 $f(x)=\int_0^{\tan x}\sqrt{1+t^2}\,\mathrm{d}t$, $g(x)=\int_0^{2x} f(t)\,\mathrm{d}t$를 만족시킬 때, $g''\left(\frac{\pi}{6}\right)$의 값은?

① 20 ② 24
③ 28 ④ 32
⑤ 36

11 음이 아닌 정수 n에 대하여 $a_n=\int_n^{n+1}\frac{1}{x^2-2x+2}\,\mathrm{d}x$라 할 때, $\sum_{n=0}^{\infty}a_n$의 값은?

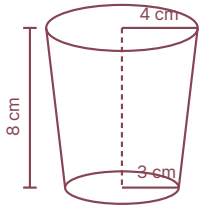
① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{2}$
③ $3\frac{\pi}{4}$ ④ π
⑤ $5\frac{\pi}{4}$

12 열린 구간 $(-1,1)$에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다. $f\left(\frac{1}{2}\right)$의 값은?
(가) $f(x)=xf'(x)+\sqrt{1-x^2}$이고 $f'(0)=0$이다.
(나) $f''(x)$가 존재한다.

① $\frac{\pi}{12}+\frac{\sqrt{3}}{6}$ ② $\frac{\pi+\sqrt{3}}{6}$
③ $\frac{\pi}{12}+\frac{\sqrt{3}}{2}$ ④ $\frac{\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{2}$
⑤ $\frac{\pi+\sqrt{3}}{3}$

명지대학교

13 그림과 같이 원뿔을 밑면에 평행하게 잘라 만든 종이컵의 밑면과 윗면의 반지름의 길이는 각각 3 cm, 4 cm이고 높이는 8 cm이다. 종이컵에 초당 3π cm³의 속도로 물을 채운다면, 물의 깊이가 4 cm일 때 수면의 상승 속도는? (단위: cm/초)



① $\frac{6}{49}$ ② $\frac{12}{49}$
③ $\frac{18}{49}$ ④ $\frac{24}{49}$
⑤ $\frac{30}{49}$

14 네 실수 a, b, x, y가 $\begin{pmatrix} x & 1 \\ y & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ a & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ a & 0 \end{pmatrix}$을 만족시킨다. y의 값이 최대일 때의 a, b에 대하여 $80(a^2+b^2)$의 값은?

① 28 ② 32
③ 36 ④ 40
⑤ 44

15 포물선 $y = 2 - x^2$ 위의 점 $(a, 2-a^2)$에서의 접선과 x축 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 최소로 하는 양수 a의 값은?

① $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$
③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{5}}{3}$
⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

명지대학교

16 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+2)2^n}$의 값은? (도움말: $\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n$, $|x| < 1$)

① $-1 + 2\ln 2$
② $-2 + 4\ln 2$
③ $2\ln 2$
④ $-1 + 4\ln 2$
⑤ $4\ln 2$

17 열린 구간 $(-1, 1)$에서 정의된 미분가능한 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다. 함수 $h(x) = g(x)\operatorname{sech} x$에 대하여 $h'(0)$의 값은?

(가) $f(0) = 4$.
(나) $g(x) = (f(x) + 1)\arcsin x$.

① 1
② 2
③ 3
④ 4
⑤ 5

18 좌표평면에서 두 극곡선 $r = \frac{1}{\cos\theta + \sin\theta}$와 $r = \frac{1}{1 - \sin\theta}$가 만나는 두 점 사이의 거리는?

① 4
② $4\sqrt{2}$
③ $4\sqrt{3}$
④ 8
⑤ $4\sqrt{5}$

명지대학교

19 2 이상의 자연수 n에 대하여 $a_n = \frac{1}{n\ln n}$, $b_n = \frac{\arctan\left(\frac{1}{n}\right)}{\ln n}$일 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

ㄱ. $\lim_{n\to\infty} \frac{b_n}{a_n} = 1$

ㄴ. $\sum_{n=2}^{\infty} a_n$은 발산한다.

ㄷ. $\sum_{n=2}^{\infty} b_n$은 수렴한다.

① ㄱ
② ㄴ
③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ
⑤ ㄴ, ㄷ

20 극방정식 $r = \cos\left(\frac{\theta}{3}\right)^3$로 주어진 곡선의 길이는?

① $\frac{\pi}{2}$
② π
③ $3\frac{\pi}{2}$
④ 2π
⑤ $5\frac{\pi}{2}$

21 곡선 $y = x^2$과 두 직선 $x = -1$, $y = 1$에 의해 둘러싸인 영역을 D라 할 때, $\iint_D [x + xy(x^2 + y^2)]\,\mathrm{d}A$의 값은?

① $-\frac{4}{5}$
② $-\frac{2}{5}$
③ 0
④ $\frac{2}{5}$
⑤ $\frac{4}{5}$

명지대학교

22 좌표평면에서 두 극곡선 $r = \frac{1}{1+\cos\theta}$와 $\theta = \frac{\pi}{2}$로 둘러싸인 영역의 넓이는?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$
③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$
⑤ 1

23* 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$과 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$에 대하여 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

ㄱ. $\sum_{n=1}^{\infty}|a_n|$이 수렴하면 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$은 수렴한다.
ㄴ. 모든 자연수 n에 대하여 $\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| < 1$이면 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$은 수렴한다.
ㄷ.* $\lim_{n\to\infty}(a_n - b_n) = 0$이고 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$이 발산하면 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$은 발산한다.

① ㄱ ② ㄴ
③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ
⑤ ㄴ, ㄷ

24 함수 $f(x,y) = e^{2y}(x^2 + 2x + y)$와 점 $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① $f\left(-1, \frac{1}{2}\right) = -\frac{e}{2}$이다.
② $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$는 함수 f의 임계점이다.
③ $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}\left(-1, \frac{1}{2}\right) = 0$이다.
④ $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\left(-1, \frac{1}{2}\right) < 0$이다.
⑤ 함수 f는 점 $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$에서 극솟값을 갖는다.

명지대학교

25 좌표평면에서 세 직선 $y=x$, $x=2$, $y=0$에 의해 둘러싸인 영역과 원 $x^2+y^2=2x$의 외부의 공통 부분을 D라 할 때, $\iint_D \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$의 값은?

① $2\ln\left(\sqrt{2}+1\right)-\sqrt{2}$

② $2\ln\left(\sqrt{2}+1\right)-1$

③ $2\ln\left(\sqrt{2}+1\right)$

④ $2\ln\left(\sqrt{2}+1\right)+1$

⑤ $2\ln\left(\sqrt{2}+1\right)+\sqrt{2}$