서울과학기술대학교

문제편

20문항

01 적분 $\int_0^{\sqrt{5}} \frac{x^3}{\sqrt{x^2+4}}\,\mathrm{d}x$의 값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{4}{3}$

③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{10}{3}$

02 $n=4$일 때, $\int_1^5 \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$를 심프슨 공식으로 구한 근삿값은?

① $\frac{73}{45}$ ② $\frac{76}{45}$

③ $\frac{79}{45}$ ④ $\frac{82}{45}$

03 다음 곡선의 길이는?

$$x = 2\cos^3\theta,\quad y = 2\sin^3\theta,\quad 0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}.$$

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$

③ 2 ④ 3

서울과학기술대학교

04 $r = 3\sin\theta$의 내부이면서 $r = 1 + \sin\theta$의 외부인 영역의 넓이는?

① $\frac{\pi}{3}$ ② $\frac{2\pi}{3}$

③ π ④ $\frac{4\pi}{3}$

05 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{2^n}$의 합은?

① 4 ② 8

③ 12 ④ 16

06 곡면 $xyz = 1$과 $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 6$의 교선 위 점 $(1, 1, 1)$에서 접선의 방향벡터는?

① $(1, 2, 1)$ ② $(1, -2, 1)$

③ $(1, 2, 2)$ ④ $(1, -2, 2)$

서울과학기술대학교

07 곡선 $\boldsymbol{r}(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t)$, $0 \le t \le 2\pi$ 위에서 $(1, 0)$으로부터 곡선을 따라 길이가 $\sqrt{2}$인 점에서의 곡률은?

① $\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$ ② $\dfrac{1}{2}$

③ $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ④ 1

08 $x^2 + y^2 \le 10$에서 $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 2x + 3$의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 22 ② 24

③ 26 ④ 28

09 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 아래이면서 xy 평면 위, 원기둥 $x^2 + y^2 = 2y$ 안에 있는 입체의 부피는?

① $\dfrac{29}{9}$ ② $\dfrac{32}{9}$

③ $\dfrac{35}{9}$ ④ $\dfrac{38}{9}$

서울과학기술대학교

10 곡선 C가 $x^2+y^2=9$일 때 아래 선적분은?

$$\oint_C \left(3y+e^{\sin x}\right)\mathrm{d}x+\left(7x-\sqrt{y^4+1}\right)\mathrm{d}y.$$

※ 원문에 방향이 없으며, 정답표의 별표는 반시계방향 해석을 뜻한다.

① 9π ② 18π
③ 27π ④ 36π

11 점 $(0,0,2)$와 원뿔 $z^2=x^2+y^2$ 위의 점 P를 연결한 벡터가 P에서의 원뿔 법선벡터와 평행할 때, P의 z좌표는?

① 1 ② $\sqrt{2}$
③ 2 ④ $2\sqrt{2}$

12 스칼라 함수 f, g와 벡터장 $\boldsymbol{F}$에 대하여 다음 중 옳은 것은?

※ 첫 번째 식의 $\boldsymbol{F}\nabla f$는 원문 표기이다. 내적을 생략한 표기로 읽으면 옳은 식이 하나 더 생기므로 해설에 차이를 적었다.

① $\mathrm{div}(f\boldsymbol{F})=f\,\mathrm{div}\,\boldsymbol{F}+\boldsymbol{F}\nabla f$
② $\mathrm{div}(f\nabla g)=f\nabla^2 g+g\nabla^2 f$
③ $\mathrm{curl}(f\boldsymbol{F})=\nabla f\times\boldsymbol{F}+f\,\mathrm{curl}\,\boldsymbol{F}$
④ $\nabla^2 f=f(\nabla f)$

서울과학기술대학교

13 S가 포물면 $z = x^2 + y^2$과 평면 $z = 1$로 둘러싸인 입체의 경계이고 $\boldsymbol{F} = (3y, x^2, 2z^2)$일 때, 바깥쪽 법선에 대한 $\iint_S \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$는?

① $\dfrac{\pi}{3}$
② $\dfrac{2\pi}{3}$
③ π
④ $\dfrac{4\pi}{3}$

14 아래 미분방정식의 해는?

$$(2xy - \sec^2 x)\,\mathrm{d}x + (x^2 + 3y^2)\,\mathrm{d}y = 0,$$
$$y(0) = -1.$$

① $x^2y - \tan x + y^3 = -1$
② $x^2y + \tan x - y^3 = 1$
③ $xy^2 - \tan x + y^3 = -1$
④ $xy^2 + \tan x - y^3 = -1$

15 아래 미분방정식에서 $y\left(e^{\frac{\pi}{4}}\right)$는?

$$4x^2y'' + 8xy' + 5y = 0,$$
$$y(1) = e^{\pi}, \quad y\left(e^{\frac{\pi}{2}}\right) = e^{3\frac{\pi}{4}}.$$

① $\dfrac{1}{\sqrt{2}}e^{-7\frac{\pi}{8}}$
② $\sqrt{2}e^{-7\frac{\pi}{8}}$
③ $\dfrac{1}{\sqrt{2}}e^{7\frac{\pi}{8}}$
④ $\sqrt{2}e^{7\frac{\pi}{8}}$

서울과학기술대학교

16 아래 미분방정식에서 $y(1)$은?

$$y''' + 3y'' + 3y' + y = 30e^{-x},$$
$$y(0) = 3, \quad y'(0) = -3, \quad y''(0) = -47.$$

① $-23e^{-1}$ ② $-17e^{-1}$
③ e^{-1} ④ $5e^{-1}$

17 역라플라스 변환 $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s}{s^2+8s+7}\right\}$은?

① $-\frac{1}{8}(e^{-t} - 7e^{-7t})$
② $\frac{1}{8}(e^{t} - 7e^{7t})$
③ $-\frac{1}{6}(e^{-t} - 7e^{-7t})$
④ $\frac{1}{6}(e^{t} - 7e^{7t})$

18 아래 행렬 A를 $A = Q\Lambda Q^{-1}$로 나타낼 때, 대각행렬 Λ의 모든 대각원소의 곱은?

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

① 0 ② 6
③ -12 ④ 18

서울과학기술대학교

19 다음 명제 중 참인 것의 개수는?

(ㄱ) $(4,2,3)$, $(1,-2,1)$, $(0,2,-2)$는 일차독립이다.

(ㄴ) B의 역행렬이 존재하지 않으면 B는 대각화될 수 없다.

(ㄷ) 같은 고윳값에 대응하는 서로 다른 두 고유벡터는 항상 일차종속이다.

(ㄹ) $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 13 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 9 & 21 \end{pmatrix}$의 순위는 2이다.

① 1개 ② 2개

③ 3개 ④ 4개

20 아래 행렬이 고유벡터 $e = (1, b)^T$를 가질 때, e의 노름은?

$$A = \begin{pmatrix} -1 & \frac{1}{3} \\ -3 & -1 \end{pmatrix}.$$

① $\sqrt{8}$ ② 8

③ $\sqrt{10}$ ④ 10