서강대학교

문제편

20문항

한 페이지에 3문항씩 배치했습니다. 17-20번은 원문의 주관식입니다. 18·19번의 기존 해설 정답 오류는 해설에서 근거와 함께 정정했습니다.

01 함수 $f(x) = x - \sin x$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $\lim_{x\to 0} \frac{g(x)^3}{3x}$의 값은?

① 0 ② 1

③ 2 ④ 6

⑤ ∞

02 다음 함수에 대하여 $f\left(\frac{1}{3}\right) + g\left(-\frac{1}{3}\right)$의 값은? 역삼각함수는 주값 $-\frac{\pi}{2} \le \arcsin t \le \frac{\pi}{2}$, $0 \le \arccos t \le \pi$를 사용한다.

$$f(x) = \int_0^x \arccos t \, dt, \quad g(x) = \int_0^x \arcsin t \, dt, \quad -1 \le x \le 1.$$

① $-\frac{\pi}{3}$ ② $-\frac{\pi}{6}$

③ 0 ④ $\frac{\pi}{6}$

⑤ $\frac{\pi}{3}$

03 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{4n + n^2} \tan\left(\frac{1}{n^p}\right)$이 수렴하는 양의 실수 p의 범위는?

① $p > \frac{1}{2}$ ② $p > 1$

③ $p > \frac{3}{2}$ ④ $p > 2$

⑤ $p > \frac{5}{2}$

서강대학교

04 $x = 2\rho\sin\varphi\cos\theta$, $y = 2\rho\sin\varphi\sin\theta$, $z = \rho\cos\varphi$일 때, 다음 행렬식의 값은?

$$\det\begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial\rho} & \frac{\partial x}{\partial\theta} & \frac{\partial x}{\partial\varphi} \\ \frac{\partial y}{\partial\rho} & \frac{\partial y}{\partial\theta} & \frac{\partial y}{\partial\varphi} \\ \frac{\partial z}{\partial\rho} & \frac{\partial z}{\partial\theta} & \frac{\partial z}{\partial\varphi} \end{pmatrix}.$$

① $-2\rho^2\sin\varphi$
② $-4\rho^2\sin\varphi$
③ $4\rho^2\sin\varphi$
④ $2\rho^2\sin\theta$
⑤ $4\rho^2\sin\theta$

05 음이 아닌 세 실수 p, q, r가 $p + 2q + 3r = 1$을 만족할 때, $A = p^{\frac{1}{6}}q^{\frac{1}{3}}r^{\frac{1}{2}}$의 최댓값은?

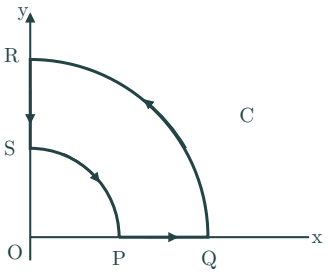
① $\frac{1}{6}$
② $\frac{1}{3}$
③ $\frac{1}{2}$
④ 1
⑤ 2

06 곡선 C가 $x = 4\cos t$, $y = 3t$, $z = 4\sin t$ $(0 \le t \le 2\pi)$로 정의될 때, C 위에서 벡터장 $\boldsymbol{F}(x, y, z) = (x - y)\boldsymbol{i} + (y - z)\boldsymbol{j} + (z - x)\boldsymbol{k}$의 선적분 값은?

① $16\pi^2 + 30\pi$
② $16\pi^2 - 30\pi$
③ $30\pi^2 + 16\pi$
④ $18\pi^2 + 40\pi$
⑤ $18\pi^2 - 40\pi$

서강대학교

07 그림과 같이 C가 $P(1,0) \to Q(2,0)$의 선분, $Q \to R(0,2)$의 중심이 원점이고 반지름 2인 원호, $R \to S(0,1)$의 선분, $S \to P$의 중심이 원점이고 반지름 1인 원호로 이루어진다. $\int_C (2x^2y^2 + y^4)\,\mathrm{d}x + (ye^{-2y})\,\mathrm{d}y$의 값은?



① $-\dfrac{124}{5}$
② -15
③ 0
④ 15
⑤ $\dfrac{124}{5}$

08 $A(1,2,3)$, $B(2,2,3)$, $C(1,4,3)$, $D(2,4,6)$을 꼭짓점으로 갖는 사면체의 경계면 S가 바깥 방향을 갖는다. 벡터장 $\boldsymbol{F}(x,y,z) = (3x+y)\boldsymbol{i} + (2yz)\boldsymbol{j} + (e^x - z^2)\boldsymbol{k}$의 S 위 면적분 값은?

① 1
② 2
③ 3
④ 6
⑤ 18

09 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & a \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$에 대하여 $(1, b, -2)$가 A의 고유벡터이다. 가장 큰 고윳값을 c라 할 때, $a+b+c$의 값은?

① 3
② 4
③ 5
④ 6
⑤ 7

서강대학교

10 라플라스 역변환으로 정의된 함수 $f(t)$가 다음과 같을 때, $f(0)$의 값은?

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s+15}{s^3+2s^2+5s}\right](t).$$

① 0 ② 1
③ 2 ④ 3
⑤ 6

11 함수 $f(x)$가 다음과 같을 때, $f'''(0)$의 값은?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2(e^{-x}-1+x)}{x^2} & (x \neq 0) \\ 1 & (x = 0) \end{cases}.$$

① $\frac{1}{60}$ ② $-\frac{1}{20}$
③ $-\frac{1}{10}$ ④ $\frac{1}{10}$
⑤ $\frac{1}{20}$

12 자연수 n에 대해 $a_n = \int_0^4 x\sin\left(\frac{n\pi x}{4}\right)\,\mathrm{d}x$, $b_n = \int_0^2 x\cos\left(\frac{n\pi x}{2}\right)\,\mathrm{d}x$라 할 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 고른 것은?

ㄱ. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$은 수렴한다.
ㄴ. $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$은 수렴한다.
ㄷ. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$은 절대수렴한다.
ㄹ. $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$은 절대수렴한다.

① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ
③ ㄴ, ㄹ ④ ㄱ, ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄹ

서강대학교

13 $\int_0^1 \int_0^{1-z^2} \int_0^{1-z} 2e^{(1-x)^2}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$의 값은?

① $-e-\frac{4}{3}$ ② $-e+\frac{4}{3}$

③ 1 ④ $e-\frac{4}{3}$

⑤ $e+\frac{4}{3}$

14 $\boldsymbol{v}_1=\frac{1}{\sqrt{3}}(1,1,1)$, $\boldsymbol{v}_2=\frac{1}{\sqrt{2}}(1,0,-1)$, $\boldsymbol{v}_3=(a,b,c)$가 $\mathbb{R}^3$의 정규직교기저를 이룬다. 이 세 벡터를 차례로 열로 갖는 행렬 A에 대해 A^{-1}의 $(3,2)$성분은? (단, $a>0$이다.)

① $-\frac{\sqrt{6}}{2}$ ② $-\frac{\sqrt{6}}{3}$

③ 0 ④ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

⑤ $\frac{\sqrt{6}}{2}$

15 $y(t)$가 초깃값 문제 $y'-2y=-4y^2$, $y(0)=\frac{1}{4}$의 해일 때, $y(\ln 2)$의 값은?

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$

③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{2}{5}$

⑤ $\frac{2}{3}$

서강대학교

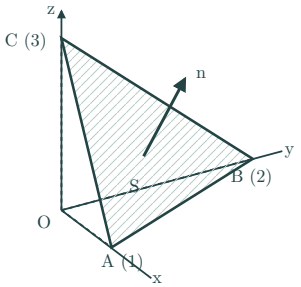
16 함수 $f(r)$가 $(0,\infty)$에서 두 번 미분가능하고 $f(1)=0$, $f'(1)=1$이다. $u(x,y)=f\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)$가 원점을 제외한 모든 점에서 $u_{xx}+u_{yy}=0$을 만족할 때, $\int_0^1 f(r)\,\mathrm{d}r$의 값은?

① -2 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 2

17 함수 $f(x)$, $g(x)$가 $(-1,1)$에서 미분가능하고 $f(0)=0$이다. 모든 $x\in(-1,1)$에 대해 $\left|g(x)-1+x-2x^2\right|\le f(x)$일 때, $f'(0)-g'(0)$의 값을 구하시오.

답: _____

18 그림과 같이 S가 $A(1,0,0)$, $B(0,2,0)$, $C(0,0,3)$을 꼭짓점으로 갖는 위 방향의 삼각형 면이다. $\boldsymbol{F}(x,y,z)=(x-y)\boldsymbol{i}+z\boldsymbol{j}+y\boldsymbol{k}$의 S 위 면적분 값이 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)



답: _____

서강대학교

19 다음 초깃값 문제의 해에 대해 $\frac{y_1(2\pi)}{y_2(2\pi)}$의 값을 구하시오.

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} + e^{-2t} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

답: _____

20 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$에 대해 $\boldsymbol{x} = (-7, -5, 1, 1)$을 영공간과 행공간의 벡터 $\boldsymbol{x}_n$, $\boldsymbol{x}_r$의 합으로 나타낸다. 영공간 벡터 $\boldsymbol{x}_n$의 크기의 제곱은?

답: _____