서울과학기술대학교

문제편

20문항

01 함수 $f(x) = x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$의 선형근사식을 이용한 $f(2.01)$의 근삿값은?

① 129.91 ② 130.01
③ 130.11 ④ 130.21

02 1 L를 담을 수 있는 뚜껑 없는 원기둥 저장용기의 겉넓이가 최소가 될 때, 반지름 r과 높이 h의 비 $\frac{h}{r}$는? (단, 두께는 무시한다.)

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$
③ 1 ④ 2

03 $n = 4$일 때 $\int_0^{\pi} \sin x \, \mathrm{d}x$를 심프슨 공식으로 구한 근삿값을 A, 사다리꼴 공식으로 구한 근삿값을 B라 하자. $6A - 4B$는?

① 0 ② $\sqrt{2}\pi$
③ $2\sqrt{2}\pi$ ④ $4\sqrt{2}\pi$

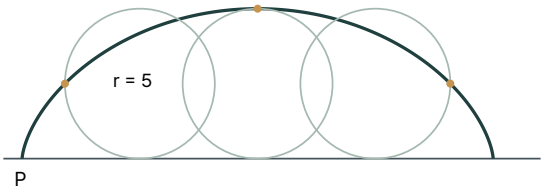
서울과학기술대학교

04 $f(x)=\frac{k}{x^2+1}$, $-\infty<x<\infty$가 확률변수 X의 확률밀도함수일 때, $k\times P(|X|\geq 1)$은?

① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{1}{4\pi}$

③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{1}{2\pi}$

05 그림처럼 직선을 따라 반지름 5인 원을 굴릴 때, 원 위의 점 P가 그리는 사이클로이드 한 호의 길이는?



① 40 ② 30

③ 10π ④ 8π

06 다음 중 수렴하는 급수의 개수는?

(ㄱ) $\sum_{n=2}^{\infty}\sin\left(\frac{1}{2^n}\right)\cos\left(\frac{3}{2^n}\right)$

(ㄴ) $\sum_{n=1}^{\infty}\sin\left(\frac{1}{n}\right)$

(ㄷ) $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln n}$

(ㄹ) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n n!}{n^n}$

(ㅁ) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$

※ 원문 (ㄷ)의 시작 지수 1은 첫 항이 정의되지 않아 2로 보완했다.

① 1 ② 2

③ 3 ④ 4

서울과학기술대학교

07 다음 함수에 대하여 $f^{(7)}(0)$은?

$$f(x) = (1+x)(1+2x^2)...(1+5x^5)(1+6x^6).$$

① $28 \times 7!$
② $35 \times 7!$
③ $36 \times 7!$
④ $56 \times 7!$

08 다음 두 직선 l_1, l_2 사이의 거리를 $\frac{a}{\sqrt{b}}$ (a, b는 자연수)라 할 때, $a+b$로 가능한 값은?

$$l_1 : x = 1+t, \quad y = -2+3t, \quad z = 4-t,$$
$$l_2 : x = 2s, \quad y = 3+s, \quad z = -3+4s.$$

① 32
② 96
③ 235
④ 238

09 $x^2 + 2y^2 \leq 1$에서 $f(x,y) = (x^2+y^2)e^{-x}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때 $M+m$은?

① e
② e^{-1}
③ $2\cosh 1$
④ $\cosh 1$

서울과학기술대학교

10 R은 타원 $9x^2 - 18x + 4y^2 = 27$로 둘러싸인 영역이다. 이중적분 $\iint_R xy^2 \, \mathrm{d}A$는?

① $\dfrac{9\pi}{2}$ ② $\dfrac{27\pi}{2}$
③ $\dfrac{3\pi}{8}$ ④ 6π

11 곡면 S가 $z = \sqrt{36 - 9x^2 - 4y^2}$의 그래프일 때, 아래 벡터장에 대한 $\iint_S \operatorname{curl} \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$는? (단, 법선은 위쪽 방향이다.)

$$\boldsymbol{F} = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2}(-y, x, z).$$

① 0 ② 2π
③ 4π ④ 6π

12 곡면 S가 꼭짓점 $(0, 0, 1)$, $(1, 1, -1)$, $(1, -1, -1)$, $(-1, 0, -1)$인 사면체의 경계일 때, 아래 벡터장에 대한 $\iint_S \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$는? (단, 법선은 바깥쪽이다.)

$$\boldsymbol{F} = \frac{1}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}(x, y, z).$$

① 0 ② $\dfrac{4\pi}{3}$
③ 2π ④ 4π

서울과학기술대학교

13 속력 v로 진행하는 파동은 $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$를 만족한다. 다음 중 속력이 다른 것은?

① $y = 3\sin(2x - 4t)$

② $y = \dfrac{1}{(x-2t)^2} e^{x^2 - 4xt + 4t^2}$

③ $y = 2\cos(t - 2x)$

④ $y = 2x^3 - 12x^2 t + 24xt^2 - 16t^3$

14 질량 1인 물체가 속력 $v(t)$로 떨어질 때 받는 힘은 $-10 - v(t)$이다. $t = 0$에서 속력이 0, 위치가 10일 때, $t = \ln 5$에서의 속력과 위치는?

※ 원문의 '속력' 표기를 유지했다. 선택지는 힘의 식에서 v를 부호 있는 속도로 해석할 때 맞으며, 해설에서 두 해석을 구분한다.

① $8, \quad 20 - 10\ln 5$

② $8, \quad 18 - 10\ln 5$

③ $10, \quad 20 - 10\ln 5$

④ $10, \quad 18 - 10\ln 5$

15 미분방정식 $x^2 y'' - 5xy' + 10y = 0$, $y\left(e^{\frac{\pi}{2}}\right) = e^{\frac{\pi}{2}}$, $y(e^{\pi}) = -e^{2\pi}$에서 $y\left(e^{\frac{\pi}{4}}\right)$은?

① $e^{-\frac{\pi}{4}}$

② $\dfrac{1}{\sqrt{2}} e^{-\frac{\pi}{4}}$

③ $2e^{-\frac{\pi}{4}}$

④ $\sqrt{2}e^{-\frac{\pi}{4}}$

서울과학기술대학교

16 연립미분방정식 $y_1' = y_1 - y_2$, $y_2' = 2y_1 + 4y_2$, $y_1(0) = 0$, $y_2(0) = 1$에서 $y_1(\ln 2) + y_2(\ln 3)$은?

① 10 ② 14
③ 41 ④ 59

17 모든 성분이 실수인 정사각행렬에 대하여, 다음 중 참인 명제의 개수는?

(ㄱ) 5차 정사각행렬 A의 순위가 5이면 $Av = v$를 만족하는 $v \in \mathbb{R}^5$, $v \neq 0$이 존재한다.

(ㄴ) A와 전치행렬 A^T의 특성다항식은 같다.

(ㄷ) A, B의 특성다항식이 같으면 두 행렬은 닮음이다.

(ㄹ) 특성다항식이 $\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)(\lambda-3)$인 4차 정사각행렬은 대각화 가능하다.

※ (ㄱ)에 기존 해설이 전제한 $v \neq 0$ 조건을 보완했다. 원문 그대로는 0벡터도 허용되어 참인 명제가 3개이다.

① 0 ② 1
③ 2 ④ 3

18 아래 행렬 A는 서로 다른 두 고윳값 λ_1, λ_2를 갖는다. 대응 고유공간의 차원이 각각 n_1, n_2일 때, $\lambda_1 + \lambda_2 + n_1 + n_2$는?

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 14 & 7 \\ 0 & 3 & -4 & -2 \\ 0 & 0 & 15 & 6 \\ 0 & 0 & -18 & -6 \end{pmatrix}.$$

① 13 ② 12
③ 11 ④ 10

서울과학기술대학교

19 4차 정사각행렬 C의 (j,k) 성분 c_{jk}가 아래 행렬 A의 성분 a_{jk}의 여인수일 때, $\det C$는?

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & -25\\ 1 & 3 & 4 & 2\\ 1 & 2 & 15 & 6\\ 1 & 2 & 13 & 1\end{pmatrix}.$$

① 2
② 4
③ 8
④ 16

20 아래 행렬 A와 벡터 $v_1=(1,0,0,0)$, $v_2=(1,1,0,0)$, $v_3=(1,1,1,0)$, $v_4=(1,1,1,1)$에 대하여, $Aw=v_i$를 만족하는 $w\in\mathbb{R}^5$가 존재하는 i들의 합은?

$$A=\begin{pmatrix}0 & 3 & 2 & 6 & 1\\ 5 & 3 & 1 & 5 & 0\\ 5 & 3 & 0 & 4 & 0\\ 5 & 3 & 0 & 4 & 0\end{pmatrix}.$$

① 3
② 6
③ 7
④ 10