가천대학교

문제편

25문항 · 60분

01 극한 $\lim_{x\to 1^+}\left(\frac{x}{x-1}-\frac{1}{\ln x}\right)$의 값은?

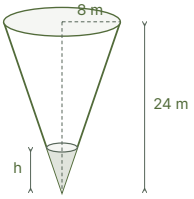
① 1 ② 2 ③ e ④ $\frac{1}{2}$

02 극좌표계에서 곡선 $r=2\sin\theta$의 내부이고 곡선 $r=\sqrt{3}$의 외부인 공통영역의 넓이는?

① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\pi}{6}$

③ $\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\pi}{8}$ ④ $\frac{\pi}{3}$

03 높이 24 m, 반지름 8 m의 원뿔 물통에 $t\geq 0$에서 초당 $3t^2$ m³의 비율로 물을 채운다. 물의 높이가 2π m일 때 높이 변화율은? (단, $t=0$에 물통은 비어 있다.)



① $\frac{3}{\sqrt[3]{\pi}}$ ② $3\sqrt[3]{\pi}$

③ $6\sqrt[3]{\pi}$ ④ 6π

가천대학교

04 행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$에 대해 $A^T A$의 고유값이 아닌 것은? (단, A^T는 전치행렬)

① 0 ② 9 ③ 16 ④ 25

05 공간곡선 $r(t) = (4t, e^t, e^{-t})$에서 점 $(0, 1, 1)$의 곡률은?

① $\dfrac{1}{9\sqrt{2}}$ ② $\dfrac{1}{8\sqrt{2}}$ ③ $\dfrac{1}{6\sqrt{2}}$ ④ $\dfrac{1}{3\sqrt{2}}$

06 적분 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sinh x \, \mathrm{d}x$의 값은?

① $\dfrac{e^{\frac{\pi}{2}} - e^{-\frac{\pi}{2}} - 2}{4}$ ② $\dfrac{e^{\frac{\pi}{2}} - e^{-\frac{\pi}{2}} + 2}{4}$

③ $\dfrac{e^{\frac{\pi}{2}} + e^{-\frac{\pi}{2}} - 2}{4}$ ④ $\dfrac{e^{\frac{\pi}{2}} + e^{-\frac{\pi}{2}} + 2}{4}$

가천대학교

07 곡면 S의 매개변수 방정식은 $r(u,v)=(u,v^2-u,u+v)$, $0\le u\le 3$, $0\le v\le 4$이다. $F(x,y,z)=(-y,x,0)$에 대해 $\iint_S F\cdot \mathrm{d}S$의 값은?

편집 보충: $r_u\times r_v$ 방향의 법선을 사용한다.

① 98 ② 218 ③ 340 ④ 520

08 S가 원기둥 $x^2+y^2=1$과 두 평면 $z=0$, $z=2$로 둘러싸인 입체 E의 경계일 때, 다음 벡터장에 대한 $\iint_S F\cdot \mathrm{d}S$의 값은?

$$F(x,y,z)=\begin{pmatrix} \frac{x^3}{3}+yz \\ \frac{y^3}{3}-\sin(xz) \\ z-x-y \end{pmatrix}.$$

편집 보충: 두 원판을 포함한 폐곡면의 바깥 법선을 사용한다.

① 0 ② π ③ 2π ④ 3π

09 적분 $\int_6^{12}\int_2^4 \left(\arctan\left(\frac{y}{3x}\right)+24+\arctan\left(-3\frac{x}{y}\right)\right)\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$의 값은?

① 36 ② 72 ③ 144 ④ 288

가천대학교

10 다음 행렬 A에 대해 $(\det A)^2$의 값은?

$$A = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

① $\frac{1}{16}$ ② 4

③ $\frac{1}{4}$ ④ 1

11 이상적분 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{x^4-x^2+1}\,\mathrm{d}x$의 값은?

① $3\frac{\pi}{4}$ ② π ③ $3\frac{\pi}{2}$ ④ 2π

12 급수 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{5^n}$의 합은?

① $\frac{5}{3}$ ② $\frac{15}{8}$ ③ $\frac{25}{16}$ ④ $\frac{35}{24}$

가천대학교

13 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$이 수렴할 때, 보기의 급수 중 항상 수렴하는 급수의 개수는?

(ㄱ) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$
(ㄴ) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n^2}$
(ㄷ) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin(|a_n|)$

① 0 ② 1
③ 2 ④ 3

14 $y(x)$가 다음 초기값 문제의 해일 때, $y^2(0)$의 값은?

$M = 2xy^3 - 2x^3y^3 - 4xy^2 + 2x$, $N = 3x^2y^2 + 4y$일 때,

$$M\,\mathrm{d}x + N\,\mathrm{d}y = 0, \quad y(1) = 1.$$

① $e + 1$ ② $e + \frac{1}{2}$
③ $e^{-1} + \frac{1}{2}$ ④ $2e^{-1} + 1$

15 다음 $F(s)$의 라플라스 역변환을 $f(t)$라 할 때, $f(0)$의 값은?

$$F(s) = \frac{5s + 12}{(s+1)(s+2)} + \frac{5s - 5}{(s+1)(s+2)(s^2+1)}.$$

① $\frac{4}{3}$ ② 5
③ 4 ④ $\sqrt{3}$

가천대학교

16 $N = \frac{p+q}{p+r}$, $p = u + vw$, $q = v + uw$, $r = w + uv$일 때, $u = 1$, $v = 2$, $w = 3$에서 $\frac{\partial N}{\partial u}$의 값은?

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{16}$ ③ $\frac{1}{24}$ ④ $\frac{1}{96}$

17 극한 $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{(3n)!}{(2n)!}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{n}$의 값은?

① $\frac{27}{4e}$ ② $\frac{9}{2e}$ ③ $8\frac{e}{9}$ ④ $4\frac{e}{9}$

18 $z^2 = x^2 + y^2$, $x + y - z + 1 = 0$일 때, $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$의 최댓값이 M, 최솟값이 m이라 한다. $M + m$의 값은?

① 10 ② 12
③ 16 ④ 다른 보기 중에 답이 없음

가천대학교

19 다음 행렬 A에 대해 A^TA의 계수(rank)는?

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & -1 & 1 & 1 & 2 & 3\\ 3 & -2 & 5 & -1 & 3 & 4 & 7\\ 1 & -1 & 3 & -1 & 1 & 1 & 2\end{pmatrix}$$

① 2 ② 4
③ 6 ④ 7

20 정적분 $\int_0^{\pi} x\sin x\,\mathrm{d}x$를 $n=6$에서 사다리꼴 공식으로 계산한 근삿값을 α, 심프슨 공식으로 계산한 근삿값을 β라 한다. $18\beta-12\alpha$의 값은?

① $6\pi^2$ ② $3\pi^2$ ③ $2\pi^2$ ④ π^2

21 E가 원뿔면 $z=\sqrt{x^2+y^2}$의 위이면서 포물면 $z=6-x^2-y^2$의 아래인 입체일 때, 보기 중 E의 부피를 나타내는 적분의 개수는?

(ㄱ) $\int_0^{2\pi}\int_0^{2}\int_r^{6-r^2} r\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\theta$

(ㄴ) $4\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{2}\left(6r-r^3-r^2\right)\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\theta$

(ㄷ) $2\int_0^{2}\int_{-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}}\int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{6-x^2-y^2} 1\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$

(ㄹ) $2\int_{-2}^{2}\int_0^{\sqrt{4-x^2}}\left(6-x^2-y^2-\sqrt{x^2+y^2}\right)\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x$

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4

가천대학교

22 보기의 행렬들의 행렬식 값을 모두 더한 값은?

(ㄱ) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

(ㄴ) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ -2 & -4 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \end{pmatrix}$

(ㄷ) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$

(ㄹ) $\begin{pmatrix} -2 & 2 & -3 & 1 \\ 2 & 3 & -6 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 7 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

① 473
② 451
③ 324
④ 327

23 적분 $\int_0^1 \arccos\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right) \mathrm{d}x$의 값은?

① $\frac{\pi}{3} - \ln 2$
② $\frac{\pi}{2} - \ln 2$
③ $\frac{\pi}{6} + \ln 2$
④ $\frac{\pi}{4} + \ln 2$

24 다음 행렬 P가 대각화하는 보기의 행렬은?

$$P = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(ㄱ) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$

(ㄴ) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(ㄷ) $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

(ㄹ) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

① ㄱ
② ㄴ
③ ㄷ
④ ㄹ

가천대학교

25 곡면 $z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4}$ 위의 점 (a, b, c)에서 접평면이 $x + y - z = 2$이다. $a + b + c$의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6