서강대학교

문제편

20문항

한 페이지에 3문항씩 배치했습니다. 17-20번은 원문의 주관식 형식을 유지했습니다.

01 극한 $\lim_{a\to 0}\frac{\sqrt[4]{81+a}-3}{a}$의 값은?

① $\frac{1}{81}$ ② $\frac{1}{92}$

③ $\frac{1}{108}$ ④ $\frac{1}{120}$

⑤ $\frac{1}{135}$

02 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

ㄱ. 0에서 미분가능한 함수 f와 미분가능하지 않은 함수 g를 더한 함수 $f+g$는 0에서 미분가능하지 않다. 곱한 함수 fg는 0에서 미분가능할 수도 있다.

ㄴ. 모든 실수 x에서 $\left|h(x)-x^2\right|\le\sqrt[3]{x^2}$을 만족하는 함수 h는 0에서 미분가능하다.

ㄷ. $|x-2|<\delta$이면 $\left|x^3-2x-4\right|<\frac{1}{10}$을 만족하는 양의 실수 δ가 존재한다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄷ

③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

03 함수 $f(x)=2+\int_{2-x}^{x^2}\frac{1}{1+t+t^5}\,\mathrm{d}t$에 대하여 $x=1$에서의 선형 근사를 이용해 구한 $f(0.99)$의 근삿값은?

① 1.97 ② 1.976

③ 1.98 ④ 1.99

⑤ 1.996

서강대학교

04 함수 $f(x)=2x^3-3x^2+2x+1$과 역함수 g에 대하여 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

ㄱ. 모든 실수 x에서 $f'(x)\geq\frac{1}{2}$이다.

ㄴ. 모든 실수 x에서 $0<g'(x)\leq 2$이다.

ㄷ. $x<y$인 모든 실수 x, y에서 $0<g(y)-g(x)\leq 2(y-x)$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

05 두 곡선 $y=\sin(\pi\frac{x}{4})$, $y=x^2-4x$로 둘러싸인 영역의 넓이는?

① $\frac{10}{\pi}+\frac{64}{3}$ ② $\frac{12}{\pi}+\frac{64}{3}$

③ $\frac{10}{\pi}+\frac{32}{3}$ ④ $\frac{8}{\pi}+\frac{32}{3}$

⑤ $\frac{8}{\pi}+\frac{64}{3}$

06 〈보기〉의 급수 중 수렴하는 것만을 있는 대로 고른 것은?

ㄱ. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{2^n}$

ㄴ. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)}{n+1}$

ㄷ. $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\frac{\ln n}{(n+1)(n+2)}$

① ㄱ ② ㄴ

③ ㄷ ④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

서강대학교

07 〈보기〉의 이상적분 중 수렴하는 것만을 있는 대로 고른 것은?

ㄱ. $\displaystyle\int_0^\infty x^2 e^{-\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$

ㄴ. $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin(\pi x)}{1-x}\,\mathrm{d}x$

ㄷ. $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{x\ln x}\,\mathrm{d}x$

① ㄱ
② ㄴ
③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

08 $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\,\mathrm{d}x = \sqrt{\pi}$를 이용해 구한 $\int_0^\infty x^2 e^{-x^2}\,\mathrm{d}x$의 값은?

① $\dfrac{\sqrt{\pi}}{4}$
② $\dfrac{\sqrt{\pi}}{2}$
③ $\dfrac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}}$
④ $\dfrac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2}}$
⑤ $\sqrt{\pi}$

09 실수 전체에서 두 번 미분가능한 함수 $f(y)$에 대해 $u(x,t) = \frac{1}{\sqrt{t}} f\left(\frac{x}{\sqrt{t}}\right)$가 $t>0$에서 $u_t = u_{xx}$를 만족한다. 함수 f가 만족하는 식은?

① $f''(y) + yf'(y) + f(y) = 0$
② $f''(y) + 2yf'(y) + f(y) = 0$
③ $2f''(y) + 2yf'(y) - f(y) = 0$
④ $2f''(y) + yf'(y) - f(y) = 0$
⑤ $2f''(y) + yf'(y) + f(y) = 0$

서강대학교

10 영역 $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \le x^2 + 4y^2 \le 4\}$에서 이중적분 $\iint_D \sqrt{x^2 + 4y^2}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$의 값은?

① $7\dfrac{\pi}{6}$ ② $7\dfrac{\pi}{3}$

③ $28\dfrac{\pi}{3}$ ④ $3\dfrac{\pi}{4}$

⑤ $3\dfrac{\pi}{2}$

11 xz평면의 곡선 $z = x^2 + 1\ (x \ge 0)$을 z축 둘레로 회전시켜 생긴 곡면의 점 $(1, 1, 3)$에서 접평면이 $z = ax + by + c$일 때, $3a + 4b + c$의 값은?

① 11 ② 13

③ 15 ④ 16

⑤ 17

12 원기둥 $x^2 + y^2 = 1$과 두 평면 $z = 10$, $z = x$로 둘러싸인 영역의 경계면 S가 바깥 방향을 갖는다. 벡터장 $\boldsymbol{F} = y\boldsymbol{i} + (z + \cos x)\boldsymbol{j} + \left(e^{x^2} + z\right)\boldsymbol{k}$에 대해 $\iint_S \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$의 값은?

① 4π ② 6π

③ 8π ④ 10π

⑤ 12π

서강대학교

13 다음 연립 미분방정식의 초깃값 문제의 해는?

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

① $\frac{1}{2}e^{t}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} + \frac{1}{2}e^{-2t}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$

② $\frac{4}{3}e^{-2t}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} + \frac{1}{3}e^{t}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$

③ $\frac{4}{3}e^{t}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} + \frac{1}{3}e^{-2t}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$

④ $\frac{1}{2}e^{t}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix} + \frac{1}{2}e^{-2t}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$

⑤ $\frac{4}{3}e^{-t}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} + \frac{1}{3}e^{2t}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$

14 미분방정식 $(4x^3 \cot y)\,\mathrm{d}x = \csc(y)^2\,\mathrm{d}y$를 완전미분방정식으로 변환하는 적분인자가 될 수 있는 것은? (단, $\exp(t) = e^t$이다.)

① $\exp(4x^2)$

② $\exp(-2x^2)$

③ $\exp(4x^3)$

④ $\exp(x^4)$

⑤ $\exp(-x^4)$

15 행렬 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$은 대각행렬 D와 가역행렬 S에 대해 $A = S^{-1}DS$를 만족한다. D의 대각합과 행렬식의 합은?

① -3

② 4

③ -4

④ 2

⑤ -1

서강대학교

16 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 8 & 4 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$의 계수를 r, 영공간 차원을 n, 열공간 차원을 c라 할 때, $r + 2n + 3c$의 값은?

① 12 ② 14
③ 15 ④ 16
⑤ 18

17 $\lim_{x \to 0} \frac{1}{x^3} \int_0^{\sin x} \tan(t^2)\, \mathrm{d}t = \frac{n}{m}$일 때, $m + n$의 값을 구하시오. (단, m, n은 서로소인 자연수이다.)

답: _____

18 실수 α, β, γ에 대해 $\mathbb{R}^3$의 벡터장 $\boldsymbol{F}(x, y, z) = (2xz^3 + \alpha y)\boldsymbol{i} + (3x + \beta yz)\boldsymbol{j} + (\gamma x^2 z^2 + y^2)\boldsymbol{k}$가 보존적일 때, $\alpha + \beta + \gamma$의 값을 구하시오.

답: _____

서강대학교

19 경계값 문제 $y'' - 4y' + 5y = e^{2x}$, $y(0) = 5$, $y'(\pi) = -10e^{2\pi}$의 해 y에 대해 $y'(0)$의 값을 구하시오.

답: _____

20 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$의 영공간을 V라 하자. 벡터 $\boldsymbol{x} = (2, 0, 5, 0)$의 V 위 정사영을 $\boldsymbol{p} = (p_1, p_2, p_3, p_4)$라 할 때, $p_1 + p_2 + p_3 + p_4$의 값을 구하시오.

답: _____