홍익대학교

문제편

15문항

원문 수학 26–40번을 교재 1–15번으로 정리했습니다. 판의 모양과 선적분 경로는 원래 좌표로 새로 그렸습니다. 7번 별표(*)는 원문의 좌표 오자를 수정한 표시입니다.

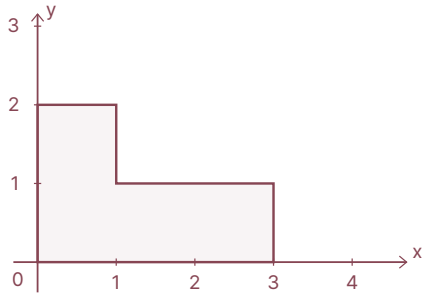
01 다음 극한을 구하시오.

$$\lim_{x\to 0}(1-\sin x)^{\frac{1}{x}}.$$

① 0 ② 1

③ e ④ $\dfrac{1}{e}$

02 아래 그림과 같이 밀도가 균일한 얇은 판이 있다. 이 판의 무게중심의 y좌표를 구하시오.



① $\dfrac{1}{2}$ ② $\dfrac{2}{3}$

③ $\dfrac{3}{4}$ ④ $\dfrac{4}{5}$

03 공간곡선 $(x,y,z)=(\cos t,\sin t,t)$, $0\le t\le 2\pi$는 (가)로 주어진 곡면 위의 곡선이며 그 길이는 (나)이다. (가)와 (나)를 구하시오.

① $x^2+y^2=z^2$, 2π ② $x^2+y^2=1$, 2π

③ $x^2+y^2=z^2$, $2\sqrt{2}\pi$ ④ $x^2+y^2=1$, $2\sqrt{2}\pi$

홍익대학교

04 포물선 $y = x^2$를 y축 둘레로 회전시킨 용기에 매초 3cm^3의 물을 넣는다. 바닥인 원점에서 수면까지 높이가 y_0와 $y_1 = 2y_0$일 때 상승속도를 각각 v_0, v_1이라 하자. $\frac{v_1}{v_0}$를 구하시오. 단, $y_0 > 0$이다.

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

05 $\int_0^\infty e^{-x^2}\,\mathrm{d}x = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$를 이용하여 다음 적분을 구하시오.

$$\int_0^\infty x^2 e^{-x^2}\,\mathrm{d}x.$$

① $\frac{\sqrt{\pi}}{4}$ ② $\frac{1+\sqrt{\pi}}{2}$

③ $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$ ④ $\frac{2+\sqrt{\pi}}{4}$

06 곡선 $x^2 + 4xy + 5y^2 = 6$에서 함수 $f(x, y) = x + 3y$의 최댓값을 구하시오.

① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{3}$

③ $3 + \sqrt{2}$ ④ $6 - \sqrt{3}$

홍익대학교

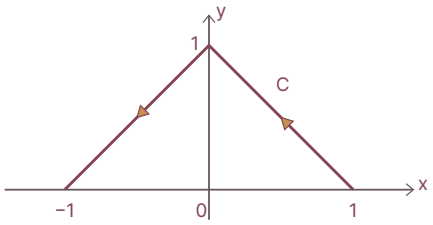
07* 구면 $S=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 | x^2+y^2+z^2=1\}$에서 $z\geq a$인 부분의 면적이 S의 전체 면적의 $\frac{1}{6}$이다. a를 구하시오.

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$

③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

08 경로 C는 $(1,0)$에서 $(0,1)$을 거쳐 $(-1,0)$까지 두 선분을 따라간다. 다음 선적분을 구하시오.

$$\int_C (3x^2+2xy^5)\,\mathrm{d}x+(5x^2y^4+\sin y+6x)\,\mathrm{d}y.$$



① 4 ② 5

③ 6 ④ 7

09 미분방정식 $x'(t)=x(t)^3$, $x(0)=\frac{1}{10}$의 해가 양수 a에서 $\lim_{t\to a^-}x(t)=\infty$를 만족한다. a를 구하시오.

① 10 ② 30

③ 50 ④ 60

홍익대학교

10 함수

$$f(t)=\begin{cases}1 & 0\le t\le \frac{\pi}{2}\\ 0 & \frac{\pi}{2}<t\end{cases}$$

에 대해 $x''+4x=f(t)$, $x(0)=x'(0)=0$의 해가 $[0,\infty)$에서 x, x'가 연속이도록 이어진다. $x(\pi)$는?

① $-\frac{1}{2}$ ② 0

③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{5}{6}$

11 연립 선형미분방정식

$$x'=-7x+2y,\quad y'=-12x+7y$$

의 해가 $x(0)=2021$, $y(0)=1.080$을 만족한다. $\lim_{t\to\infty}\frac{y(t)}{x(t)}$를 구하시오.

① -5 ② 1

③ 5 ④ 6

12 행렬

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ a & 1 & a\\ 2 & 8a & 7\end{pmatrix}$$

에 대해 $AX=0$을 만족하는 영벡터가 아닌 $X\in\mathbb{R}^3$가 존재한다. $a>0$일 때 a를 구하시오.

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{7}{8}$ ④ $\frac{7}{4}$

홍익대학교

13 점 $P=(3,4,1)$을 평면 $2x-y+z=0$에 정사영한 점을 $Q=(x_1,x_2,x_3)$라 하자. $x_1+x_2+x_3$는?

① 1 ② $\frac{8}{3}$

③ 4 ④ 7

14 복소수 $z=\cos\left(2\frac{\pi}{13}\right)+i\sin\left(2\frac{\pi}{13}\right)$에 대해 $1+z+z^2+\ldots+z^{39}$를 구하시오.

① 0 ② 1

③ $2\cos\left(2\dfrac{\pi}{13}\right)$ ④ $2i\sin\left(2\dfrac{\pi}{13}\right)$

15 원점을 중심으로 반지름이 2인 반시계방향 원 C에 대해 다음 복소 경로적분 중 값을 바르게 나타낸 것의 개수를 구하시오.

(가) $\displaystyle\int_C e^{z^2}\,\mathrm{d}z=0$

(나) $\displaystyle\int_C \frac{1}{z^3}\,\mathrm{d}z=0$

(다) $\displaystyle\int_C \frac{1}{z^2+1}\,\mathrm{d}z=0$

(라) $\displaystyle\int_C 1\,\mathrm{d}z=4\pi$

① 1개 ② 2개

③ 3개 ④ 4개