단국대학교

문제편

20문항

수학 31~50번 수록. *36번은 기존 해설의 정답 오류를 바로잡았으며, 원문 조건과 선택지는 유지했습니다.

31 극한 $\lim_{x\to 0}\frac{x+\sin x}{\sqrt{\sin x+x+1}-\sqrt{\sin^2 x+1}}$의 값은?

① 2 ② 3
③ 4 ④ 5

32 함수 $f(x)=x+e^x$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $g'(a)=\frac{1}{2}$를 만족시키는 실수 a의 값은?

① 0 ② 1
③ 2 ④ 3

33 $y=\arcsin x$, $x=0$, $y=\frac{\pi}{2}$로 이루어진 영역을 x축으로 회전하여 생기는 입체의 부피는?

① 2π ② 3π
③ 4π ④ 5π

단국대학교

34 이상적분 $\int_0^\infty x^5 e^{-x}\,\mathrm{d}x$의 값은?

① 120 ② 122
③ 124 ④ 126

35 다음 중 수렴하는 급수의 개수는?

$$(1)\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n+3}{3n+2}\right)^n,\quad (2)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos^2(3n)}{n^2+1},$$
$$(3)\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n^2}{n^3+1},\quad (4)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{n!}.$$

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4

36* 좌표평면에서 매개변수방정식 $x=\theta-\sin\theta$, $y=1-\cos\theta$로 주어진 곡선의 $\theta=\theta_0$인 점에서 접선의 기울기가 $\sqrt{3}$이다. 모든 θ_0 값의 합은? (단, $0\le\theta_0\le 2\pi$)

① $\dfrac{\pi}{3}$ ② π
③ $5\dfrac{\pi}{3}$ ④ $7\dfrac{\pi}{3}$

단국대학교

37 네 점 $P(0,0,0)$, $Q(2,2,-2)$, $R(2,-2,2)$, $S(-2,2,2)$에 대해 이웃하는 세 변이 PQ, PR, PS인 평행육면체의 부피는?

① 16
② 24
③ 32
④ 40

38 곡면 $z=xe^{y}$ 위의 점 $(1,0,1)$에서의 접평면과 yz평면이 만나서 생기는 직선의 방정식을 $z=ay+b$라 하고, 이 접평면과 yz평면이 이루는 예각을 θ라 하자. $a+b+\cos\theta$의 값은? (단, a,b는 실수)

① $1+\sqrt{3}$
② $1+\dfrac{\sqrt{3}}{3}$
③ $2+\sqrt{3}$
④ $2+\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

39 네 평면 $x=0$, $z=0$, $y=x$, $x+y=2$와 곡면 $z=x^{2}+y^{2}$으로 이루어진 입체의 부피는?

① 1
② $\dfrac{4}{3}$
③ $\dfrac{5}{3}$
④ 2

단국대학교

40 함수 $f(x,y)=x^3-3xy^2+4y^3-3y^2-12y$가 극솟값을 갖는 점은?

① $(-1,-1)$ ② $(-1,1)$

③ $\left(\frac{2}{3},-\frac{2}{3}\right)$ ④ $(2,2)$

41 편도함수가 $f_x(x,y)=ye^{xy}$, $f_y(x,y)=xe^{xy}$인 함수 $f(x,y)$는 정의역을 $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid 8x^3+y^3=16\}$으로 제한했을 때 (a,b)에서 최댓값을 갖는다. $a+b$의 값은?

① 1 ② 2

③ 3 ④ 4

42 아래 조건을 만족시키는 실수 a,b,c에 대해 $a(b+c)$의 값은?

(1) 점 (a,b,c)는 구면 $S:x^2+y^2+z^2=9$ 위에 있다.

(2) 곡면 S 위의 곡선 C의 시작점과 끝점이 평면 $2x+y+2z=0$ 위에 있으면 $\int_C a\,\mathrm{d}x+b\,\mathrm{d}y+c\,\mathrm{d}z=0$이다.

① 0 ② 2

③ 4 ④ 6

단국대학교

43 $F(x,y,z)=(-y^3, xz^2, 3z)$이고, S가 네 평면 $x+y+z=1$, $x=0$, $y=0$, $z=0$으로 이루어진 사면체 E의 경계일 때, 면적분 $\iint_S F\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$의 값은? (단, S의 방향은 E의 바깥쪽이다.)

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{1}{2}$ ④ 1

44 벡터장 $F(x,y,z)=f(x,y,z)i+g(x,y,z)j+h(x,y,z)k$에 대해 다음 조건이 성립할 때, $\nabla\times F(1,1,1)$은?

$$\nabla f(1,1,1)=i+2j+3k,$$
$$\nabla g(1,1,1)=3i+j+2k,$$
$$\nabla h(1,1,1)=2i+j+2k.$$

① $i+j+k$ ② $-i+j+k$

③ $-i-j+k$ ④ $i-j-k$

45 행렬 $A=\begin{pmatrix}4&0&1\\-2&1&0\\-2&0&1\end{pmatrix}$에 대해 A^5의 모든 고윳값의 합은?

① 276 ② 296

③ 316 ④ 336

단국대학교

46 다음 연립일차방정식의 해공간의 차원은?

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_5 = 0 \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 - x_5 = 0 \\ x_3 + x_4 + x_5 = 0 \end{cases}.$$

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4

47 행렬 $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & 4 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$을 다음과 같이 대칭행렬과 교대행렬의 합으로 나타냈을 때, $abcd - efgh$의 값은?

$$\begin{pmatrix} 2 & a & 0 \\ b & 0 & c \\ 0 & d & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & e & 1 \\ f & 0 & g \\ -1 & h & 0 \end{pmatrix}.$$

① -10 ② -5
③ 0 ④ 5

48 역라플라스변환 $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{3s}{9s^2+4}\right\}$를 $f(t)$라 할 때, $f(t)$의 주기는?

① $3\dfrac{\pi}{2}$ ② 2π
③ $5\dfrac{\pi}{2}$ ④ 3π

단국대학교

49 미분방정식 $\left(x^2 e^{\frac{y}{x}} - y^2\right) \mathrm{d}x + xy\,\mathrm{d}y = 0$, $y(1) = 0$의 해는?

① $\left(1 - \dfrac{y}{x}\right) e^{-\frac{y}{x}} = \ln|x| + 1$

② $\left(1 - \dfrac{y}{x}\right) e^{\frac{y}{x}} = \ln|x| + 1$

③ $\left(1 + \dfrac{y}{x}\right) e^{-\frac{y}{x}} = \ln|x| + 1$

④ $\left(1 + \dfrac{y}{x}\right) e^{\frac{y}{x}} = \ln|x| + 1$

50 함수 $y = y(x)$가 미분방정식 $y'' + y = 8\cos(2x) - 4\sin x$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$, $y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$의 해일 때, $y(\pi)$의 값은?

① $-\pi - \dfrac{8}{3}$

② $-\pi + \dfrac{8}{3}$

③ $\pi + \dfrac{8}{3}$

④ $\pi - \dfrac{8}{3}$