한국항공대학교

문제편

20문항

선택지의 값·순서와 원문 배점을 보존했습니다. *11번 특성다항식 좌변을 det(A-λI)에서 det(λI-A)로 정정했습니다. 상세 근거는 해당 해설에 적었습니다.

01 다음 이변수 함수 중 극한이 수렴하지 않는 것을 모두 포함하는 집합은? 3.5 점

ㄱ. $\lim_{(x,y)\to(1,\sqrt{3})}(3x^2-x^2y^2)$

ㄴ. $\lim_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{xy^2}{x^2+y^4}$

ㄷ. $\lim_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}$

ㄹ. $\lim_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$

① {ㄱ, ㄴ}
② {ㄴ, ㄷ}
③ {ㄴ, ㄹ}
④ {ㄷ, ㄹ}

02 다음 중 참인 것을 모두 포함하는 집합은? 3.2 점

ㄱ. 함수 f가 구간 I의 모든 점에서 연속이면 f는 구간 I에서 연속이다.
ㄴ. 함수 g가 점 a에서 연속이고 f가 점 $g(a)$에서 연속이면 $f(g(x))$는 점 a에서 연속이다.
ㄷ. 함수 f가 점 a에서 연속이면 f는 점 a에서 미분 가능하다.

① {ㄱ, ㄴ}
② {ㄴ, ㄷ}
③ {ㄱ, ㄷ}
④ {ㄱ, ㄴ, ㄷ}

03 아래 행렬 C의 역행렬은 C^{-1}, 전치행렬은 C^T, 행렬식은 $|C|$로 표시한다. $|C^TC|+12|C^{-1}|+|C^T|$의 값은? 4.5 점

$$C=\begin{pmatrix}0&3&1&1\\3&0&0&1\\4&2&3&1\\1&2&0&1\end{pmatrix}.$$

① 12
② 16
③ 23
④ 44

한국항공대학교

04 두 점 $(0,0,0)$, $(2,1,-1)$을 지나는 직선과 두 점 $(1,1,1)$, $(3,2,3)$을 지나는 직선 사이의 수직거리는? 5.2 점

① $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ ② $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ ③ $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ ④ $\dfrac{1}{\sqrt{6}}$

05 아래 미분방정식과 초기조건을 만족하는 y에 대해 $y(2)$의 값은? 6.6 점

$$(1+x^2)y' + xy + 2x\sqrt{1+x^2} = 0,$$
$$y(0) = 0.$$

① $\dfrac{4}{\sqrt{5}}$ ② $-\dfrac{4}{\sqrt{5}}$

③ $2\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ ④ $-2\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

06 곡선 C가 $(0,0)$에서 $(1,1)$까지 $y=\sqrt{x}$의 경로를 따라 움직일 때, 아래 선적분의 값은? 6.2 점

$$\int_C (x^2+y^2)\,\mathrm{d}x - 2xy\,\mathrm{d}y.$$

① $\dfrac{1}{5}$ ② 1 ③ $\dfrac{1}{3}$ ④ $\dfrac{1}{7}$

한국항공대학교

07 $n \times n$ 행렬 A, B, C, D, E에 대해 다음 중 참인 것을 모두 포함하는 집합은? 3.5 점

ㄱ. A와 B가 닮은 행렬이면 $|A| = |B|$가 성립한다.
ㄴ. 선형연산자 T, S의 표준행렬이 각각 C, D이면 $|CD| = |DC|$가 성립한다.
ㄷ. E와 전치행렬 E^T는 동일한 고윳값을 갖는다.

① {ㄱ, ㄴ}
② {ㄴ, ㄷ}
③ {ㄱ, ㄷ}
④ {ㄱ, ㄴ, ㄷ}

08 두 점 $(0,0)$, $(\frac{\pi}{2}, 2)$를 지나면서 미분방정식 $y'' + 2y' + 2y = 0$을 만족하는 함수는? 5.9 점

① $y = 2\sin x e^{x-\frac{\pi}{2}}$
② $y = 2\sin x e^{\frac{\pi}{2}-x}$
③ $y = 2(1-\cos x) e^{\frac{\pi}{2}-x}$
④ $y = 2(1-\cos x) e^{x-\frac{\pi}{2}}$

09 영역 R이 네 꼭짓점 $(0,0)$, $(1,1)$, $(2,0)$, $(1,-1)$로 이루어진 사각형 내부일 때, 아래 이중적분의 값은? 6.3 점

$$\int_R (x+y)^2 e^{x-y}\, \mathrm{d}A.$$

① $\frac{4}{3}(e^2-1)$
② $\frac{3}{4}(e^2-1)$
③ $\frac{4}{3}(e^2+1)$
④ $\frac{3}{4}(e^2+1)$

한국항공대학교

10 행렬 $A=\begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & b & 1 \\ 1 & 1 & c \end{pmatrix}$의 대각합 $\mathrm{tr}(A)=3$, $abc=5$일 때, 수반행렬 $\mathrm{adj}(A)$의 행렬식은? 4.7 점

① 4 ② 5 ③ 16 ④ 25

11* 행렬 A의 특성다항식이 아래와 같을 때, $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=0}^{n}|A^k|$의 값은? ($|A^k|$는 행렬식.) 3.7 점

$$\det(\lambda I-A)=\left(\lambda-\frac{1}{2}\right)\left(\lambda-\frac{3}{2}\right)\left(\lambda-\frac{4}{5}\right).$$

① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$

12 입체 $S=\{(x,y,z)\mid 3x^2-2xy+3y^2+8z^2\le 16\}$의 부피는? 6.1 점

① $30\frac{\pi}{5}$ ② $32\frac{\pi}{5}$ ③ $30\frac{\pi}{3}$ ④ $32\frac{\pi}{3}$

한국항공대학교

13 아래 벡터장 F에 대해 $(0,0,0)$에서 $(1,2,0)$으로 가는 경로 C의 선적분 $\int_C F \cdot \mathrm{d}r$의 값은? 4.9 점

$$F = (e^y \cos z, xe^y \cos z, -xe^y \sin z).$$

① e^{-1} ② e^{-2} ③ e ④ e^2

14 함수 f의 기울기가 $f'(x) = \frac{1}{x^2\sqrt{x^2+4}}$이고 그래프가 $\left(1, -\frac{\sqrt{5}}{4}\right)$를 통과할 때, $f(2)$의 값은? 5.9 점

① $-\dfrac{1}{\sqrt{8}}$ ② $\dfrac{1}{\sqrt{8}}$ ③ $-\dfrac{1}{\sqrt{6}}$ ④ $\dfrac{1}{\sqrt{6}}$

15 아래 연립미분방정식과 초기조건을 만족하는 y_1, y_2에 대해 $y_1(t) + y_2(t)$는? 4.3 점

$$y_1{}' = -y_1 + 4y_2, \quad y_2{}' = 3y_1 - 2y_2,$$
$$y_1(0) = y_2(0) = \frac{1}{2}.$$

① e^{-2t} ② e^{2t} ③ e^{-t} ④ e^t

한국항공대학교

16 선형변환 $T:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$가 아래를 만족할 때, 벡터 $T(1,-1,1)$의 성분의 합은? 5.3 점

$$T(1,2,3)=\begin{pmatrix}a & c & b\\ c & b & a\\ b & a & c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7\\2\\3\end{pmatrix}.$$

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8

17 $x=\tan\left(\arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$에서 함수 $f(x)=\cos(\arctan x)$의 미분계수는? 4.9 점

① $-\frac{8}{\sqrt{3}}$ ② $-\frac{\sqrt{3}}{8}$ ③ $-\frac{6}{\sqrt{3}}$ ④ $-\frac{\sqrt{3}}{6}$

18 타원의 장축과 단축의 증가율이 각각 3 cm/s, 4 cm/s이다. 장축이 8 cm, 단축이 6 cm일 때, 타원 넓이의 변화율은? 4.1 점

① $25\frac{\pi}{2}$ cm²/s ② 25π cm²/s
③ 36π cm²/s ④ 50π cm²/s

한국항공대학교

19 $r=(x,y,z)$, $\nabla=\left(\frac{\partial}{\partial x},\frac{\partial}{\partial y},\frac{\partial}{\partial z}\right)$이고 $\|r\|\neq 0$일 때, 다음 중 옳은 것은? 점과 외적 기호는 각각 내적과 외적이다. 4.5 점

① $\nabla\cdot\left(\frac{r}{\|r\|}\right)=\|r\|$

② $\nabla\times\left(\frac{r}{\|r\|}\right)=0$

③ $\nabla\cdot\left(\frac{r}{\|r\|}\right)=0$

④ $\nabla\cdot\left(\frac{r}{\|r\|}\right)=r$

20 함수 f가 $f(x)=|x|$, $-1\leq x\leq 1$ 및 $f(x)=f(x+2)$를 만족한다. 푸리에 급수를 이용하여 $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)^2}$을 구하면? 6.7 점

① $\frac{\pi^2}{2}$

② $\frac{\pi^2}{4}$

③ $\frac{\pi^2}{6}$

④ $\frac{\pi^2}{8}$