가톨릭대학교

문제편 20문항

21 다음 급수 중 수렴하지 않는 것은?

① $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{1}{n^2}\right)$

② $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan n}{n^5}$

③ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^n}{n!}$

④ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{11^n}{(n+1)5^{2n+1}}$

22 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n^2\pi)}{n^2} x^n$이 수렴하는 실수 x의 범위는?

① $(-1, 1)$ ② $(-1, 1]$

③ $[-1, 1)$ ④ $[-1, 1]$

23 다음 중 $60\sin(0.1)$과의 차가 0.00001 이하인 값은?

① 5.97 ② 5.98

③ 5.99 ④ 6.00

가톨릭대학교

24 함수 $f(x) = e^{ax} + e^{-bx} - ab$의 $x = 0$에서의 선형근사가 $L(x) = 2x - 1$일 때, $f''(0)$의 값은? (단, a, b는 실수)

① 10 ② 12
③ 14 ④ 16

25 점 $P(2, 3, 5)$와 평면 $W = \{t(1, 0, 1) + s(2, 1, 1) \mid t, s \in \mathbb{R}\}$ 사이의 거리는?

① $\sqrt{3}$ ② 2
③ $2\sqrt{3}$ ④ 4

26 타원 $x^2 + 4y^2 = 4$에서 함수 $f(x, y) = x + 2y$의 최댓값과 최솟값의 곱은?

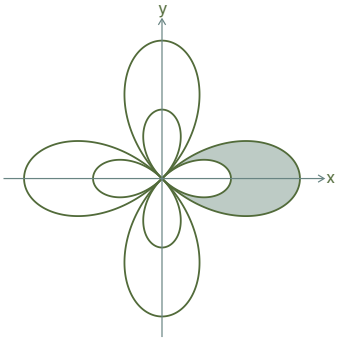
① -8 ② -4
③ 4 ④ 8

가톨릭대학교

27 윗면을 제외한 나머지 다섯 면의 넓이의 합이 48인 직육면체의 부피의 최댓값은?

① 30 ② 32
③ 34 ④ 36

28 두 극곡선 $r=\cos(2\theta)$와 $r=2\cos(2\theta)$를 xy평면에 그린 다음 그림에서 색칠된 영역의 넓이는? (단, $(x,y)=(r\cos\theta, r\sin\theta)$)



① $\frac{\pi}{8}$ ② $3\frac{\pi}{8}$
③ $5\frac{\pi}{8}$ ④ $7\frac{\pi}{8}$

29 함수 $f(x,y)=e^x y^2$와 단위벡터 $\boldsymbol{u}$에 대하여 방향도함수 $D_{\boldsymbol{u}}f(0,2)$의 최댓값은?

① $2\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{2}$
③ $4\sqrt{2}$ ④ $5\sqrt{2}$

가톨릭대학교

30 곡면 $z = e^{x^2-y^2}$ 위의 점 $(1,-1,1)$에서 이 곡면에 접하는 평면의 방정식은?

① $2x+2y-z+1=0$ ② $2x-2y-z-3=0$
③ $2x+y-2z+1=0$ ④ $x+2y-z+2=0$

31 함수 $f(x,y) = 4\ln x + e^y - x - y$의 임계점을 (a,b)라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $f(a,b)$는 극댓값이고, $a+b=2$이다.
② $f(a,b)$는 극댓값이고, $a+b=4$이다.
③ 임계점 (a,b)는 안장점이고, $a+b=2$이다.
④ 임계점 (a,b)는 안장점이고, $a+b=4$이다.

32 이중적분 $\int_{-1}^{1}\int_{|x|}^{1} e^{y^2}\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x$의 값은?

① $e-2$ ② $e-1$
③ e ④ $e+1$

가톨릭대학교

33 영역 $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \le x \le 1, 0 \le y \le x^2\}$에 대하여 이중적분 $\iint_D x \cos y \, \mathrm{d}A$의 값은?

① $1 - \cos 1$
② $\frac{1}{2}(1 - \cos 1)$
③ $1 - \sin 1$
④ $\frac{1}{2}(1 - \sin 1)$

34 두 벡터함수 $F(u, v) = (u + v, u - v)$, $G(x, y) = (x^2 + y^2, x^2 - y^2)$에 대하여 $(1, 2)$에서 $G \circ F$의 야코비안은?

① -48
② -36
③ -24
④ -12

35 다음 행렬 A에 대하여 부분공간 $W = \{A\boldsymbol{x} \mid \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^3\}$의 차원은?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

① 0
② 1
③ 2
④ 3

가톨릭대학교

36 다음 중 모든 열벡터 $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^2$에 대하여 $\|A\boldsymbol{x} - A\boldsymbol{y}\| = \|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y}\|$인 행렬 A는? (단, $\left\| \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{a^2 + b^2}$)

① $\dfrac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
② $\dfrac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$
③ $\dfrac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$
④ $\dfrac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

37 다음 중 행렬 $A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 15 & -7 \\ 14 & -6 \end{pmatrix}$에 대하여 극한값 $\lim_{n \to \infty} \|A^n \boldsymbol{v}\|$이 존재하는 벡터 $\boldsymbol{v}$는? (단, $\left\| \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{a^2 + b^2}$)

① $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$
② $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$
③ $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$
④ $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

38 선형변환 $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$의 고유값은 2와 −3이고, $(2, 4)$, $(-1, 3)$은 각각 고유값 2와 −3에 대응하는 고유벡터이다. $T(3, -2) = (a, b)$일 때, $a + b$의 값은?

① 14
② 18
③ 22
④ 26

가톨릭대학교

39 미분방정식 $y' = 2(3-y)$, $y(0) = 1$의 해 $y(t)$에 대하여 $y(\ln 4)$의 값은?

① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{11}{4}$

③ $\frac{17}{6}$ ④ $\frac{23}{8}$

40 두 함수 $x(t), y(t)$가 다음 미분방정식을 만족시키고 $\lim_{t\to\infty}(x(t)^2 + y(t)^2) = 0$일 때, 다음 중 $(x(0), y(0))$으로 가능한 것은?

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 3x - 2y, \quad \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 4x - 3y.$$

① $(3, 6)$ ② $(3, 9)$

③ $(6, 3)$ ④ $(9, 3)$