중앙대학교

문제편

30문항 · 60분

01 아래 극한의 값은?

$$\lim_{\theta \to 0} \frac{\tan\theta - \sin\theta}{\theta^3}.$$

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{6}$

③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{2}$

02 세 점 $(1,0)$, $(1,2)$, $(4,1)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 내부를 T라 할 때, 아래 이중적분의 값은?

$$\iint_T y^2 \,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y.$$

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{2}$

③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{9}{2}$

03 2×2 행렬 A가 아래 조건을 만족한다. $A^{17}\begin{pmatrix}11\\-5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$일 때, $x-y$의 값은?

$$A\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}, \quad A\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix}.$$

① 2^{19} ② 2^{21}

③ 3^{19} ④ 3^{21}

중앙대학교

04 선형변환 $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$를 $T\boldsymbol{v} = A\boldsymbol{v}$로 정의한다. T의 계수를 r, 영공간의 차원을 n이라 할 때, $r - n$의 값은?

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 & 4 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 4 & 2 & 1 \\ 6 & 4 & -4 & 13 \\ 2 & 4 & -2 & 7 \end{pmatrix}.$$

① 0 ② 1

③ 2 ④ 3

05 곡면 $S = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = \frac{y^2}{2}, 0 \le x \le 1, 0 \le y \le 1\right\}$에 대하여 아래 곡면적분의 값은?

$$\iint_S \sqrt{1 + y^2}\, \mathrm{d}S.$$

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$

③ 1 ④ $\frac{4}{3}$

06 아래 정적분의 값은?

$$\int_0^1 \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}\, \mathrm{d}x.$$

① $-1 - \frac{\pi}{2}$ ② $-1 + \frac{\pi}{2}$

③ $1 - \frac{\pi}{2}$ ④ $1 + \frac{\pi}{2}$

중앙대학교

07 $t>0$일 때, 아래 함수 $A(t)$의 도함수 $A'(t)$를 구하면?

$$A(t)=\frac{1}{2}\cosh t\sinh t-\int_1^{\cosh t}\sqrt{\theta^2-1}\,\mathrm{d}\theta.$$

① $\frac{1}{2}+\sinh^2 t$ ② $\frac{1}{2}+\sinh^2 t-\sinh t$

③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}+\sinh^2 t+\sinh t$

08 $\boldsymbol{r}(t)=\frac{1}{\sqrt{t}}(\cos t,\sin t,t)$일 때, 외적 $\boldsymbol{r}(t)\times\boldsymbol{r}'(t)$의 크기는? (단, $t>0$이다.)

① $\sqrt{1+\frac{2}{t^2}}$ ② $\sqrt{t+\frac{1}{t}}$

③ $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{t}+\frac{1}{t^3}}$ ④ $\sqrt{1+\frac{1+\sin(2t)}{t}}$

09 아래 함수 $B(x)$의 미분계수 $B'(0)$의 값은?

$$B(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{e^x-1} & x\neq 0\\ 1 & x=0\end{cases}.$$

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{6}$

③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{2}$

중앙대학교

10 구 $x^2+y^2+z^2=19$ 위에서 함수 $f(x,y,z)=2x+3y+5z$의 최댓값은?

① $19\sqrt{3}$ ② $19\sqrt{2}$

③ $38\sqrt{3}$ ④ $38\sqrt{2}$

11 함수 $y=y(x)$가 미분방정식 $y'=(x+1)e^{-x}y^2$, $y(0)=1$의 해일 때, $y(-1)$의 값은?

① $\dfrac{1}{e+1}$ ② $\dfrac{1}{e-1}$

③ $\dfrac{-1}{e+1}$ ④ $\dfrac{-1}{e-1}$

12 함수 $x=x(t)$가 미분방정식 $x'=x\sin t+2te^{-\cos t}$, $x(0)=1$의 해일 때, $x(\frac{\pi}{2})$의 값은?

① $\dfrac{\pi^2}{4}+e$ ② $\dfrac{\pi^2}{4}-e$

③ $-\dfrac{\pi^2}{4}+e$ ④ $-\dfrac{\pi^2}{4}-e$

중앙대학교

13 미분방정식 $y(y'-1)=xy'$, $y(0)=2$의 해를 나타내는 식은?

① $xy+\dfrac{y^2}{4}=1$ ② $xy+\dfrac{y^2}{2}=2$

③ $xy-\dfrac{y^2}{2}=-2$ ④ $xy-\dfrac{y^2}{4}=-1$

14 아래 두 함수 집합 Φ_1, Φ_2의 선형 독립·종속 여부를 바르게 나타낸 것은?

$$\Phi_1=\{\log_2 x,\log_5 x,\log_{10} x\},$$
$$\Phi_2=\{\cosh x,\sinh x,e^x\}.$$

① Φ_1: 선형 독립, Φ_2: 선형 독립
② Φ_1: 선형 독립, Φ_2: 선형 종속
③ Φ_1: 선형 종속, Φ_2: 선형 독립
④ Φ_1: 선형 종속, Φ_2: 선형 종속

15 함수 $y=y(x)$가 미분방정식 $y'+y=5e^x\cos x$, $y(0)=2$의 해일 때, $y(-\frac{\pi}{2})$의 값은?

① $e^{\frac{\pi}{2}}$ ② $-e^{\frac{\pi}{2}}$

③ $e^{-\frac{\pi}{2}}$ ④ $-e^{-\frac{\pi}{2}}$

중앙대학교

16 $x > 0$에서 미분방정식 $x^3y''' - 6y = 0$의 일반해는 $y = c_1x^a + c_2\cos(b\ln x) + c_3\sin(c\ln x)$이다. $a + bc$의 값은?

① 3 ② 5

③ 7 ④ 9

17 아래 연립미분방정식과 초기조건을 만족하는 함수 $x(t), y(t)$에 대하여 $x(1) + y(1)$의 값은?

$$x'(t) = y(t) + e^{2t}, \quad y'(t) = x(t) - 3e^{2t},$$
$$x(0) = -\frac{7}{3}, \quad y(0) = -\frac{5}{3}.$$

① $2e + 2e^2$ ② $2e - 2e^2$

③ $-2e + 2e^2$ ④ $-2e - 2e^2$

18 $G(s) = \frac{e^{-2s}}{s^2(s-1)}$의 라플라스 역변환을 $g(t)$라 할 때, $g(2)$의 값은?

① -1 ② 0

③ 1 ④ 2

중앙대학교

19 함수 $g(t) = t\cos(2t)$의 라플라스 변환을 $G(s)$라 할 때, $G(1)$의 값은?

① $-\dfrac{3}{25}$ ② $-\dfrac{2}{25}$

③ $\dfrac{2}{25}$ ④ $\dfrac{3}{25}$

20 함수 $y = y(t)$가 아래 미적분방정식과 초기조건을 만족할 때, $y(1)$의 값은?

$$y'(t) + 6y(t) + 9\int_0^t y(\tau)\,\mathrm{d}\tau = 1, \quad y(0) = 0.$$

① $\dfrac{1}{4}e^{-3}$ ② $\dfrac{1}{2}e^{-3}$

③ e^{-3} ④ $2e^{-3}$

21 아래 함수 $g(t)$의 라플라스 변환이 $G(s) = \frac{A}{s} + B\frac{e^{-s}}{s} + C\frac{e^{-Ds}}{s}$일 때, 상수 $ABCD$의 값은?

$$g(t) = \begin{cases} 1 & 0 \le t < 1 \\ 0 & 1 \le t < 2. \\ 1 & t \ge 2 \end{cases}$$

① 2 ② 4

③ -2 ④ -4

중앙대학교

22 주기가 1인 함수 $f(x)$를 아래와 같이 정의한다. 복소 푸리에급수 $f(x)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{i2\pi nx}$에서 c_n을 구하면? (단, $n\neq 0$이다.)

$$f(x)=\begin{cases}0 & -\frac{1}{2}<x\le 0\\ 1 & 0<x<\frac{1}{4}\\ 0 & \frac{1}{4}\le x<\frac{1}{2}\end{cases}.$$

① $\dfrac{i}{2\pi n}((-i)^n-1)$ ② $\dfrac{i}{2\pi n}(-i^n+1)$

③ $\dfrac{i}{2\pi n}(i^n+1)$ ④ $\dfrac{i}{2\pi n}((-i)^n+1)$

23 $x>0$에서 아래 푸리에 적분이 성립하도록 하는 $A(\alpha), B(\alpha)$를 올바르게 짝지은 것은?

$$e^{-x}\cos x=\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}[A(\alpha)\cos(\alpha x)+B(\alpha)\sin(\alpha x)]\,\mathrm{d}\alpha.$$

① $A(\alpha)=\dfrac{\alpha^2+2}{\alpha^4+4},\quad B(\alpha)=\dfrac{\alpha^3}{\alpha^4+4}$

② $A(\alpha)=\dfrac{\alpha^2-2}{\alpha^4+4},\quad B(\alpha)=\dfrac{\alpha^3}{\alpha^4+4}$

③ $A(\alpha)=\dfrac{\alpha^2-2}{\alpha^4+4},\quad B(\alpha)=\dfrac{2\alpha^3}{\alpha^4+4}$

④ $A(\alpha)=\dfrac{\alpha^2+2}{\alpha^4+4},\quad B(\alpha)=\dfrac{2\alpha^3}{\alpha^4+4}$

24 아래 테일러급수와 수렴영역이 올바르게 짝지어진 경우는 모두 몇 개인가?

(가) $\frac{1}{z}=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k(z-1-i)^k}{(1+i)^{k+1}}$, $|z-(1+i)|<\sqrt{2}$.

(나) $\frac{1}{3-z}=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(z-2i)^k}{(3-2i)^{k+1}}$, $|z-2i|<\sqrt{13}$.

(다) $\frac{1+z}{1-z}=-1+2\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(z-i)^k}{(1-i)^{k+1}}$, $|z-i|<\sqrt{2}$.

(라) $$\frac{z}{1-z-z^2}=\frac{1}{\sqrt{5}}\sum_{k=1}^{\infty}\left[\left(\frac{2}{\sqrt{5}-1}\right)^k-\left(\frac{-2}{\sqrt{5}+1}\right)^k\right]z^k,\quad |z|<\frac{\sqrt{5}-1}{2}.$$

① 1개 ② 2개

③ 3개 ④ 4개

중앙대학교

25 복소수 $\cos^{-1}(2i)$를 나타내는 값이 아닌 것은?

① $5\dfrac{\pi}{2} - i\ln\left(\sqrt{5}+2\right)$

② $7\dfrac{\pi}{2} + i\ln\left(\sqrt{5}-2\right)$

③ $3\dfrac{\pi}{2} - i\ln\left(\sqrt{5}-2\right)$

④ $11\dfrac{\pi}{2} + i\ln\left(\sqrt{5}+2\right)$

26 아래 보기에서 옳은 것은 모두 몇 개인가? (단, $z = x + iy$이다.)

(가) 주값 로그에서 $(1+i)^{2+i}$의 실수부는
$$e^{\ln 2 - \frac{\pi}{4}} \cos\left(\ln\left(\sqrt{2}\right) + \frac{\pi}{2}\right)$$
이다.

(나) 모든 z에 대해 $\sin(\overline{z}) = \overline{\sin z}$이다.

(다) $f(z) = \sin x \cosh y + i \cos x \sinh y$는 모든 z에서 해석적인 전해석함수이다.

(라) $g(z) = \frac{\cos z - \cos(2z)}{z^6}$는 $z = 0$에서 4차 극을 갖는다.

(마) $w = \frac{1}{z}$에 의한 영역 $\{z : |z|^2 \le 2\,\mathrm{Im}\, z, z \neq 0\}$의 상은 $\left\{w : \mathrm{Im}\, w \le -\frac{1}{2}\right\}$이다.

① 2개 ② 3개

③ 4개 ④ 5개

27 복소함수 $f(z) = e^z \cos z$를 맥클로린급수 $f(z) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k z^k$로 전개하였을 때, $\frac{a_{20}}{a_{21}}$의 값은?

① $-21\sqrt{2}$ ② -21

③ 21 ④ $21\sqrt{2}$

중앙대학교

28 C는 원 $|z| = \frac{3}{4}$이며 반시계방향이다. 아래 복소 선적분의 값은?

$$\oint_C \left(\frac{\cos z}{z^3 - z^2} + \frac{e^{i\pi z}}{2z^2 - 5z + 2} \right) \mathrm{d}z.$$

① $2\pi\left(\frac{2}{3} + i\right)$ ② $2\pi\left(\frac{1}{3} + i\right)$

③ $2\pi\left(\frac{2}{3} - i\right)$ ④ $2\pi\left(\frac{1}{3} - i\right)$

29 아래 정적분의 값은?

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos^2(3\theta)}{5 - 4\cos(2\theta)} \mathrm{d}\theta.$$

① $3\frac{\pi}{4}$ ② $3\frac{\pi}{8}$

③ $3\frac{\pi}{16}$ ④ $3\frac{\pi}{32}$

30 아래 특이적분의 값은?

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{1 + x^4} \mathrm{d}x.$$

① $\sqrt{2}\frac{\pi}{8}$ ② $\sqrt{2}\frac{\pi}{4}$

③ $\sqrt{2}\frac{\pi}{2}$ ④ $\sqrt{2}\pi$