단국대학교

문제편

20문항

원본 수학 31–50번을 01–20번으로 재번호화했습니다. 문항 조건·선택지·정답 번호를 원본과 대조했습니다.

01 곡선 $x^3+y^3=6xy$ 위의 점 $(3,3)$에서 접하는 직선의 방정식을 고르시오.

① $x-y=0$ ② $x+y=6$

③ $3x-y=6$ ④ $3x+y=12$

02 닫힌 구간 $[-3,2]$에서 함수 $f(x)=x^3+3x^2-4$의 최댓값을 a, 최솟값을 b라 하자. $a+b$를 구하시오.

① -12 ② -4 ③ 4 ④ 12

03 함수 f가 다음과 같을 때 주어진 적분을 구하시오.

$$f(x)=\int_0^{x} e^{\sin t}\,\mathrm{d}t, \quad I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\sin x\,\mathrm{d}x.$$

① $e+1$ ② e ③ $e-1$ ④ $e-2$

단국대학교

04 두 곡선 $y=x$, $y=x^2$로 둘러싸인 영역을 직선 $y=a\ (a>1)$를 축으로 한 바퀴 회전시킨 입체의 부피가 $8\frac{\pi}{15}$이다. 실수 a를 구하시오.

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3

05 다음 중 수렴하는 급수의 개수를 구하시오.

ㄱ. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}n}{n^2+1}$

ㄴ. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}}{n^2+1}$

ㄷ. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln n}$

ㄹ. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n2^n}{4n^3+1}$

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3

06 극방정식 $r=\theta^2\ \left(0\le\theta\le\sqrt{5}\right)$로 나타낸 곡선의 길이를 구하시오.

① $\frac{16}{3}$ ② $\frac{19}{3}$ ③ $\frac{22}{3}$ ④ $\frac{25}{3}$

단국대학교

07 점 $(-2,1,0)$을 지나는 직선이 세 점 $(1,1,-1)$, $(2,-1,0)$, $(3,0,2)$을 지나는 평면과 수직으로 만난다. 교점이 (a,b,c)일 때 $a+b+c$를 구하시오.

① $\frac{19}{35}$ ② $\frac{22}{35}$ ③ $\frac{5}{7}$ ④ $\frac{4}{5}$

08 점 $(2,-1,1)$에서 함수 $f(x,y,z)=x^2+y^2-4z$이 가장 빨리 증가하는 방향이 $ai+bj+ck$의 방향이고 최대변화율이 d이다. $\frac{cd}{a+b}$를 구하시오. 단, a,b,c,d는 실수이다.

① -6 ② -9 ③ -12 ④ -15

09 다음을 만족하는 실수 a를 구하시오.

$$\int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 \sqrt{x^3+1}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y = \frac{2}{9}(a^3-1).$$

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$

단국대학교

10 꼭짓점이 $(2,0)$, $(0,2)$, $(0,-2)$인 삼각형과 그 내부에서 함수 $f(x,y)=x^2+y^2-2x$를 생각하자. 삼각형 내부의 극점 개수를 a, 전체 영역의 최댓값과 최솟값의 차를 b라 할 때 $a+b$를 구하시오.

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9

11 영역 R에서 다음 이중적분을 구하시오.

$$R=\left\{(x,y)|1\le xy\le 4,\quad \frac{1}{4}\le\frac{y}{x}\le 2,\quad x>0\right\},$$

$$I=\iint_R e^{-x\frac{y}{2}}\,\mathrm{d}A.$$

① $\left(e^2-e^{\frac{1}{2}}\right)\ln 4$ ② $\left(e^{-\frac{1}{2}}-e^{-2}\right)\ln 4$

③ $\left(e^2-e^{\frac{1}{2}}\right)\ln 8$ ④ $\left(e^{-\frac{1}{2}}-e^{-2}\right)\ln 8$

12 양의 실수 a에 대해 세 점 $A(a,0,0)$, $B(0,a,0)$, $C(0,0,a)$를 꼭짓점으로 하는 평면 삼각형과 그 내부를 T라 하자. 다음 조건에서 a를 구하시오.

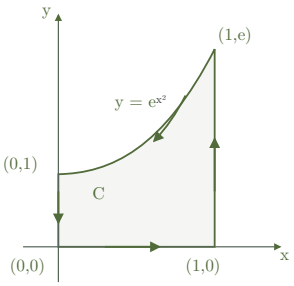
$$\iint_T x\,\mathrm{d}S=\frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

단국대학교

13 곡선 C는 그림과 같이 $(0,1)$에서 출발하여 시계 반대 방향으로 한 바퀴 돌아 다시 $(0,1)$로 돌아오는 곡선이다. 벡터장 $F(x,y)=(\sin y, x^2+x\cos y)$에 대해 다음 선적분을 구하시오.

$$\oint_C F\cdot \mathrm{d}r.$$



① $\dfrac{e}{2}-1$ ② $\dfrac{e-1}{2}$ ③ $e-1$ ④ e

14 곡면 S는 원기둥 $x^2+y^2=1$과 두 평면 $z=1$, $z=-1$로 둘러싸인 입체의 전체 경계면이다. 다음 벡터장의 면적분을 구하시오. 방향은 점 $(0,0,1)$에서 벡터 $(0,0,1)$의 방향으로 정한다.

$$F=(xy^2+\sin(z^2), x^2y, e^{x+y}),\quad I=\iint_S F\cdot \mathrm{d}S.$$

① $\dfrac{\pi}{4}$ ② $\dfrac{\pi}{3}$ ③ $\dfrac{\pi}{2}$ ④ π

15 5차 정사각행렬 A는 대각화 가능하고 고유값 1과 2만 갖는다. $\mathrm{rank}(A-I)=4$일 때 $\mathrm{rank}(A-2I)$를 구하시오. 단, I는 단위행렬이다.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

단국대학교

16 선형변환 $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$가 다음을 만족한다.

$$T(1,1,1) = (1,0), \quad T(1,1,0) = (2,-1),$$
$$T(1,0,0) = (4,3), \quad T(k,-3,5) = (9,m).$$

상수 k, m에 대해 $k+m$을 구하시오.

① 19 ② 21 ③ 23 ④ 25

17 실수 성분의 2차 정사각행렬 전체의 벡터공간을 $M(\mathbb{R})$이라 하자. 다음 네 집합 중 $M(\mathbb{R})$의 부분공간인 것의 개수를 구하시오. 단, A^T는 전치행렬이고 $\mathrm{tr}\ A$는 대각합이다.

$$W_1 = \{A \in M(\mathbb{R}) | A^2 = A\}, \quad W_2 = \{A \in M(\mathbb{R}) | \det A = 0\},$$
$$W_3 = \{A \in M(\mathbb{R}) | \mathrm{tr}(A^T A) = 0\}, \quad W_4 = \{A \in M(\mathbb{R}) | A^T = A\}.$$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

18 다음 초기값 문제의 해에 대해 $y(2)$를 구하시오.

$$x\,\mathrm{d}y + (xy + 2y - 2e^{-x})\,\mathrm{d}x = 0, \quad y(1) = 0.$$

① $\frac{3e^2}{4}$ ② $\frac{3}{4e^2}$ ③ $\frac{3e^2}{2}$ ④ $\frac{3}{2e^2}$

단국대학교

19 다음 초기값 문제의 해에 대해 $y(2) - y'(2)$를 구하시오.

$$x^2y'' + xy' + y = 0 \quad (x > 0),$$
$$y(1) = 1, \quad y'(1) = 2.$$

① $\frac{3}{2}\sin(\ln 2)$ ② $\frac{3}{2}\cos(\ln 2)$

③ $\frac{5}{2}\sin(\ln 2)$ ④ $\frac{5}{2}\cos(\ln 2)$

20 다음 함수의 역라플라스 변환을 고르시오.

$$F(s) = \frac{s}{(s^2+4)(s+2)}.$$

① $\cos(2t) - \sin(2t) - e^{-2t}$ ② $\frac{1}{2}(\cos(2t) + \sin(2t) - e^{-2t})$

③ $\frac{1}{3}(\cos(2t) - \sin(2t) - e^{-2t})$ ④ $\frac{1}{4}(\cos(2t) + \sin(2t) - e^{-2t})$