서강대학교

문제편

20문항

한 페이지에 3문항씩 배치했습니다. 17-20번은 주관식입니다. * 표시는 원문 조건 보완 또는 정답 정정이며 해설 앞의 안내를 확인해 주세요.

01* 함수 $f(x)=x^2+e^{2x}-1$의 0 근방 역함수를 $g(x)$라 하고 $g(0)=0$으로 정한다. 극한 $\lim_{x\to 0}\frac{g(x)}{xg'(x)}$의 값은? *

① -2 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 2

02* 구간 $(-1,1)$에서 정의된 다음 함수에 대해 $f''(0)$의 값은? *

$$f(x)=\begin{cases}\frac{(1-x)\ln(1-x)}{x} & (x\neq 0)\\ -1 & (x=0)\end{cases}.$$

① $\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$
③ $-\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{2}$
⑤ 1

03 극한 $\lim_{x\to 0}\frac{1}{x^2}\ln\left(\frac{\tan x}{x}\right)$의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② 0
③ $\frac{1}{6}$ ④ 1
⑤ $\frac{1}{3}$

서강대학교

04 한 점에서 만나는 두 직선 $\frac{x-2}{3}=\frac{y-6}{-2}=\frac{z+1}{4}$, $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-7}{-2}$를 포함하는 평면의 방정식이 $ax+by+cz+55=0$일 때, $a+b+c$의 값은? (단, a, b, c는 상수이다.)

① -19
② 19
③ -9
④ 9
⑤ 35

05 〈보기〉에서 옳은 것을 있는 대로 고른 것은?

가. $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x^2y}{x^2+y^2}=0$

나. $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{xy}{x^2+4y^2}=0$

다. $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x^2y}{x^4+y^2}=0$

라. $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{xy^2}{x^4+y^2}=0$

① 가, 나
② 가, 다
③ 가, 라
④ 나, 다
⑤ 가, 다, 라

06 두 함수 $f(x,y)=\int_0^y e^{t^2x}\,\mathrm{d}t$, $g(x)=\int_0^{x^2} e^{t^2x}\,\mathrm{d}t$에 대해 $(\alpha,\beta)=\nabla f(1,1)$, $\gamma=g'(1)$이라 할 때, $\alpha+\beta-\gamma$의 값은?

① e
② $-e$
③ 0
④ $2e$
⑤ $-2e$

서강대학교

07 자연수 n에 대해 $a_n = \int_{-n}^{n} e^{-x^2}\,\mathrm{d}x$, $b_n = \int_{-n}^{n}\int_{x}^{n} e^{x-y^2}\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x$라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{b_n}{a_n}$의 값은?

① e
② $e^{\frac{1}{4}}$
③ $e^{\frac{1}{2}}$
④ 1
⑤ ∞

08* 곡면 S가 $\boldsymbol{r}(u,v) = u\boldsymbol{i} + u^3\boldsymbol{j} + v\boldsymbol{k}\ (0 \le u \le 2, 0 \le v \le 3)$로 주어진다. 법선의 방향을 $\boldsymbol{r}_u \times \boldsymbol{r}_v$로 정할 때, 벡터장 $\boldsymbol{F}(x,y,z) = z\boldsymbol{i} + 3\boldsymbol{j} + xz\boldsymbol{k}$의 S 위 면적분 값은? *

① 6
② 9
③ 18
④ 21
⑤ 24

09 $y(x)$가 초깃값 문제 $y'' + y = 2\cos x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$의 해일 때, $y(\pi)$의 값은?

① -1
② 0
③ 1
④ -2
⑤ 2

서강대학교

10 행렬 A의 행렬식이 65이고 (x, y, z)가 다음 행렬방정식의 해일 때, y의 값은?

$$A = \begin{pmatrix} a & -3 & 4 \\ 3 & 1 & -1 \\ -4 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 \\ 2 \\ -11 \end{pmatrix}.$$

① 2
② -2
③ 3
④ -3
⑤ 1

11 원 $x^2 + (y-2)^2 = 1$을 x축 주위로 회전하여 얻은 회전체의 겉넓이는?

① $2\pi^2$
② $4\pi^2$
③ $8\pi^2$
④ $10\pi^2$
⑤ $12\pi^2$

12 영역 $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \le 1\}$에서 정의된 함수 $f(x, y) = x^2 + y^2 + x + y$의 최댓값과 최솟값의 합은?

① $1 + \sqrt{2}$
② $2\sqrt{2}$
③ $\frac{1}{2} - \sqrt{2}$
④ $\frac{1}{2} + \sqrt{2}$
⑤ 2

서강대학교

13 공간에서 평면 $y+z=3$과 곡면 $x^2+y^2=5$가 만나는 곡선을 C라 한다. C 위의 점 $(1,2,1)$에서 접선의 방정식은?

① $\dfrac{x-1}{2}=y-2=z-1$

② $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{-1}$

③ $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$

④ $\dfrac{x-1}{2}=y-2=\dfrac{z-1}{2}$

⑤ $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=z-1$

14 공간에서 평면 $x=2$와 곡면 $x=\sqrt{y^2+z^2}$으로 둘러싸인 영역을 E라 할 때, $\int_E\int\int(y^2+z^2)\,\mathrm{d}V$의 값은?

① $\dfrac{8}{5}\pi$

② $\dfrac{16}{5}\pi$

③ $\dfrac{16}{9}\left(9-4\sqrt{2}\right)\pi$

④ $\dfrac{8}{9}\left(9-4\sqrt{2}\right)\pi$

⑤ $\dfrac{18}{5}\pi$

15* $y(x)$가 초깃값 문제 $(3xy-2y^2)\,\mathrm{d}x+(x^2-2xy)\,\mathrm{d}y=0$, $y(2)=\frac{2+\sqrt{3}}{2}$의 해일 때, $\lim_{x\to\sqrt{2}^+}y(x)$의 값은? *

① $-\dfrac{1}{2}$

② -2

③ 0

④ $\sqrt{2}$

⑤ $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

서강대학교

16 다음 행렬 A의 행렬식은?

$$A = \begin{pmatrix} a & b & b & b \\ b & a & b & b \\ b & b & a & b \\ b & b & b & a \end{pmatrix}.$$

① $(a-b)^3(a+3b)$ ② $(a-b)^3(a+b)$

③ $(a-b)^3(a+2b)$ ④ $(b-a)^3(a+3b)$

⑤ $(b-a)^3(a+2b)$

17 네 점 $(0,3,6)$, $\left(\frac{x}{3},7,7\right)$, $(0,x,5)$, $(0,9,x)$를 꼭짓점으로 갖는 사면체의 부피의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오. (단, $1 \le x \le 5$)

답: _____

18* 중심이 $(1,1,1)$이고 반지름이 $a>0$인 구면 $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=a^2$과 평면 $x+y+z=3$이 만나는 곡선을 C_a라 한다. 벡터장 $\boldsymbol{F}(x,y,z)=(x^2-y^2)\boldsymbol{i}+x^2\boldsymbol{j}+yz\boldsymbol{k}$에 대해 다음 극한을 구하시오. (단, C_a는 위에서 볼 때 반시계 방향이다.)

$$\lim_{a\to 0^+}\frac{1}{\pi a^2}\int_{C_a}\boldsymbol{F}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r}.$$

답: _____

서강대학교

19 $y(x)=\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$이 초깃값 문제 $y''+xy=0$, $y(0)=2$, $y'(0)=-1$의 해일 때, $110c_{11}$의 값을 구하시오.

답: _____

20 선형변환 $T:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$의 특성다항식을 $\Delta_T(\lambda)$라 한다. $T(x,y,z)=(0,x,y)$일 때, 다음 극한을 구하시오. (단, $T^2=T\circ T$, $T^3=T^2\circ T$)

$$\lim_{\lambda\to 0}\left|\frac{\Delta_T(\lambda)+\Delta_{T^2}(\lambda)+\Delta_{T^3}(\lambda)}{\lambda^3}\right|.$$

답: _____