국민대학교

문제편

25문항

01 초깃값 문제 $y' = y(1-y)$, $y(0) = \frac{1}{2}$의 해는?

① $y = \dfrac{1}{1+e^{-x}}$ ② $y = \dfrac{1}{1+e^{x}}$

③ $y = \dfrac{1}{1+e^{-2x}}$ ④ $y = \dfrac{1}{1+e^{2x}}$

02 $y = \arctan x$에 접하고 기울기가 $\frac{1}{2}$인 두 직선의 y절편 사이의 거리를 d라 할 때, d가 속하는 범위는?

① $0 < d \leq \dfrac{1}{2}$ ② $\dfrac{1}{2} < d \leq 1$

③ $1 < d \leq \dfrac{3}{2}$ ④ $d > \dfrac{3}{2}$

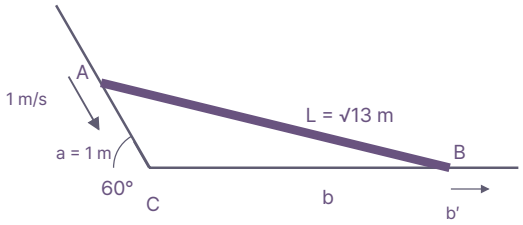
03 다음 함수 $f_{m,n}$에 대한 설명 중 옳은 것은?

$$f_{m,n}(x) = \begin{cases} x^m \sin\left(\frac{1}{x^n}\right) & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}.$$

① $f_{0,1}$은 $x = 0$에서 연속이다.
② $f_{1,1}$은 최솟값이 존재하지 않는다.
③ $f_{2,1}$은 $x = 0$에서 미분 가능하다.
④ $\lim_{x\to\infty} f_{1,2}(x) = 1$이다.

국민대학교

04 길이 $\sqrt{13}$ m인 막대 AB가 $60°$ 경사면을 따라 미끄러진다. 끝점 A는 경사면 아래로 1 m/초의 일정한 속력으로 움직인다. A에서 경사면과 바닥의 교점까지 남은 거리가 1 m일 때, 바닥 위 끝점 B의 속력은?



① $\frac{5}{7}$ m/초
② $\frac{4}{5}$ m/초
③ $\frac{5}{4}$ m/초
④ $\frac{7}{5}$ m/초

05 미분방정식과 일반해의 연결이 잘못된 것은?

① $y'' + 4y' = 0$: $y = C_1 + C_2 e^{-4x}$
② $y'' + 4y = 0$: $y = C_1 \cos(2x) + C_2 \sin(2x)$
③ $y'' + 4y' + 4 = 0$: $y = C_1 + C_2 e^{-4x} - x$
④ $y'' + 4y' + 4y = 0$: $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x}$

06 $x^2 + y^2 + z^2 = 8$, $x - y = 0$을 만족하는 점에서 $f(x, y, z) = xy + z^2$의 최솟값은?

① 2
② 4
③ 6
④ 8

국민대학교

07 $f(x)=x+\sin(\pi x)$의 구간 $[0,10]$ 평균변화율과 $f'(c)$가 같아지는 점 $c\in(0,10)$의 개수는?

① 0
② 5
③ 10
④ 20

08 $f(x)=\int_8^{x^3}\ln(t^2+4)\,\mathrm{d}t$일 때, 곡선 $y=f(x)$에 점 $(2,0)$에서 접하는 직선의 y절편은?

① $-4\ln 6$
② $-2\ln 68$
③ $-48\ln 6$
④ $-24\ln 68$

09 이상적분 $\int_0^1 x\ln(4x)\,\mathrm{d}x$의 값은?

① $\ln 2-\frac{1}{4}$
② $\ln 2-\frac{1}{2}$
③ $\ln 2-\frac{3}{4}$
④ $\ln 2-1$

국민대학교

10 중심이 원점이고 반지름이 2인 원을 반시계 방향으로 한 바퀴 도는 입자에 대해 $F(x,y)=y^3i+(x^3+3xy^2)j$가 한 일은?

① 11π ② 12π
③ 13π ④ 14π

11 $a_n=\int_{-1}^{1}x^2(\cos(n\pi x)+\sin(n\pi x))\,\mathrm{d}x$일 때, a_{2020}의 값은?

① $-\dfrac{8}{3(2020\pi)^3}$ ② $-\dfrac{4}{(2020\pi)^2}$
③ $\dfrac{4}{(2020\pi)^2}$ ④ $\dfrac{8}{3(2020\pi)^3}$

12 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

ㄱ. $\lim_{n\to\infty}\frac{n2^n}{3^n}$은 수렴한다.
ㄴ. $\lim_{n\to\infty}n\sin\left(\frac{1}{n}\right)$은 발산한다.
ㄷ. $\lim_{n\to\infty}|a_n|=0$이면 $\lim_{n\to\infty}a_n=0$이다.
ㄹ. 수열 $\{a_n\}$이 유계이면 수렴한다.

① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ
③ ㄴ, ㄹ ④ ㄷ, ㄹ

국민대학교

13 $\int_0^{\pi}\int_x^{\pi}\frac{\sin y}{y}\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x$의 값은?

① 2 ② 3
③ π ④ 4

14 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

ㄱ. $\lim_{n\to\infty}a_n=0$이면 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$은 수렴한다.
ㄴ. $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$이 모두 발산하면 $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n)$도 발산한다.
ㄷ. $\sum_{n=1}^{\infty}a_n^2$, $\sum_{n=1}^{\infty}b_n^2$이 모두 수렴하면 $\sum_{n=1}^{\infty}a_nb_n$도 수렴한다.
ㄹ. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$은 수렴한다.

① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ
③ ㄴ, ㄹ ④ ㄷ, ㄹ

15 다음 삼중적분의 값은?

$$\int_{-2}^{2}\int_{0}^{\sqrt{4-x^2}}\int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{8-x^2-y^2}}\left(x^2+y^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x.$$

① $\frac{\left(32-16\sqrt{2}\right)\pi}{3}$ ② $\frac{\left(64-32\sqrt{2}\right)\pi}{3}$
③ $\frac{\left(128-64\sqrt{2}\right)\pi}{3}$ ④ $\frac{\left(256-128\sqrt{2}\right)\pi}{3}$

국민대학교

16 $x=(y-1)^2$, $x=9$로 둘러싸인 영역을 직선 $y=5$ 둘레로 회전한 입체의 부피는?

① 120π ② 144π
③ 240π ④ 288π

17 $u=2i+j+2k$, $v=3j+4k$에 대해 u의 v 위 정사영 $\mathrm{proj}_v u$와 외적 $u\times v$를 두 변으로 하는 삼각형의 넓이는?

① $11\dfrac{\sqrt{23}}{5}$ ② $11\dfrac{\sqrt{26}}{5}$
③ $11\dfrac{\sqrt{23}}{6}$ ④ $11\dfrac{\sqrt{26}}{6}$

18 $r(t)=ti+\cosh tj$, $0\le t\le t_1$이며 $\cosh t_1=3$일 때, 곡선의 길이는?

① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{3}$
③ $\sqrt{11}$ ④ $\sqrt{13}$

국민대학교

19 공간곡선에 대한 다음 설명 중 옳은 것의 개수는?

ㄱ. $r(t) = ti + aj + (a^2 - t^2)k$는 $t = a$에서 연속이다. 단, a는 상수이다.
ㄴ. $\frac{d}{dt}(r(t) \cdot u(t)) = r'(t) \cdot u(t) + r(t) \cdot u'(t)$.
ㄷ. $\frac{d}{dt}\|r(t)\| = \|r'(t)\|$.
ㄹ. $r(t) = e^t \sin t i + e^t \cos t j$이면 $r(t)$와 $r''(t)$는 항상 서로 수직이다.

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4

20 $F(x, y, z) = \frac{1}{y}i - \frac{x}{y^2}j + (2z - 1)k$, $y > 0$의 퍼텐셜을 f, 발산을 div F라 하자. $f(1, 1, 1) = 0$일 때, $f(2, 2, 2) +$ div $F(2, 2, 2)$의 값은?

① $\frac{7}{2}$ ② 4
③ $\frac{9}{2}$ ④ 5

21 $r(t) = \sqrt{2}(\cos t i + \sin t j + tk)$, $0 \le t \le 4\pi$인 곡선 C에서 $\int_C (x^2 + y^2 + z^2)\,ds$의 값은?

① $3\pi(9\pi^2 + 1)$ ② $16\frac{\pi}{3}(16\pi^2 + 3)$
③ $19\frac{\pi}{3}(16\pi^2 + 5)$ ④ $7\pi(16\pi^2 + 6)$

국민대학교

22 행렬 A의 고유값이 $\lambda_1, \lambda_2, 4$일 때, $\lambda_1\lambda_2$의 값은?

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4 & -17 & 8 \end{pmatrix}.$$

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4

23 n차 정사각행렬 A에 대해 옳은 설명을 모두 고르면?
ㄱ. $\det(A^T) = -\det A$이다.
ㄴ. A의 두 열을 교환한 B는 $\det B = -\det A$이다.
ㄷ. A의 한 행을 k배 한 C는 $\det C = k\det A$이다.
ㄹ. A의 한 행에 다른 행의 k배를 더하여 얻은 D는 $\det D = k\det A$이다.
ㅁ. A가 가역이면 $\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det}A$이다.

① ㄱ, ㄴ, ㄷ ② ㄱ, ㄷ, ㄹ
③ ㄴ, ㄷ, ㅁ ④ ㄴ, ㄹ, ㅁ

24 세 점 $(0,1)$, $(1,3)$, $(3,4)$에 대한 최소제곱 직선은?

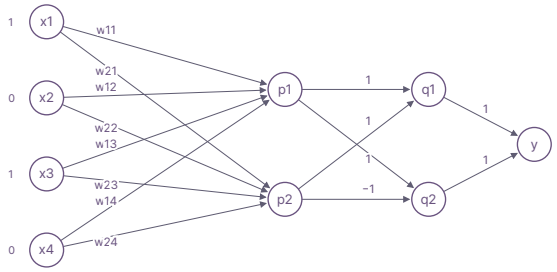
① $y = x + \dfrac{3}{2}$ ② $y = \dfrac{13}{14}x + \dfrac{10}{7}$
③ $y = x + \dfrac{11}{7}$ ④ $y = \dfrac{15}{14}x + \dfrac{11}{7}$

국민대학교

25 다음 신경망에서 입력은 $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1, 0, 1, 0)$, 목표값은 $\hat{y} = 5$이며 제곱오차는 $E = (y - \hat{y})^2$이다. 현재 가중치가 아래와 같을 때, E를 줄이기 위한 설명으로 가장 적절한 것은?

$$p_1 = \sum_{j=1}^{4} w_{1j} x_j, \quad p_2 = \sum_{j=1}^{4} w_{2j} x_j,$$
$$q_1 = p_1 + p_2, \quad q_2 = p_1 - p_2, \quad y = q_1 + q_2.$$
$$W = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

원문 표기 정정: “제곱오차” 설명과 기존 해설에 맞춰 빠진 제곱을 복원했습니다. 본문 x_{14}, x_{24}는 도식의 가중치 w_{14}, w_{24}로 바로잡았습니다.



① 출력은 $y = 6$이다.

② 모든 i, j에 대해 $\frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = 2|y - \hat{y}| \frac{\partial y}{\partial w_{ij}}$이다.

③ $\frac{\partial y}{\partial w_{11}}$은 $\frac{\partial q_1}{\partial p_1}$과 $\frac{\partial q_1}{\partial p_2}$ 모두의 영향을 받는다.

④ 현재 가중치 중 w_{11}만 조금 증가시키면 E가 줄어든다.