경기대학교

문제편

20문항 · 전체 시험100분(영어25문항 포함)

26 다음 극한값 중 나머지 셋과 다른 것은?

① $\lim_{x\to 0} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

② $\lim_{x\to 0} x\cot x$

③ $\lim_{x\to 0^+} x\ln x$

④ $\lim_{x\to 0} \frac{\cos x - 1}{\sin x}$

27 방정식 $x^4 + y^4 = 5$가 x에 대한 y의 음함수를 정의할 때, 점 $(x, y) = \left(\sqrt{2}, 1\right)$에서 $\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2}$의 값은?

① -30 ② 30

③ $-2\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{2}$

28 보기에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, 구간의 양 끝점은 $a < b$이다.)

가. 임의의 함수 f가 $x = a$에서 연속이면, f는 $x = a$에서 미분 가능하다.

나. f가 $[a, b]$에서 연속이고 (a, b)에서 미분 가능하면, $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$를 만족하는 $c \in (a, b)$가 존재한다.

다. f가 $[a, b]$에서 연속이면, $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = (b - a)f(c)$를 만족하는 $c \in (a, b)$가 존재한다.

라. f가 $[a, b]$에서 적분 가능하면, $\left|\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t\right| \le \int_a^b |f(x)|\,\mathrm{d}x$이다.

① 가, 라 ② 나, 다

③ 가, 나, 다 ④ 나, 다, 라

경기대학교

29 다음 극한의 값은?

$$\lim_{x\to 0^+}[1+\sin(4x)]^{\cot x}$$

① e^4 ② $e^{\frac{1}{4}}$
③ 4 ④ $\frac{1}{4}$

30 점 $(1,2)$에서 이변수 함수 $f(x,y)=\frac{x}{x^2+y^2}$의 순간변화율의 최댓값은?

① 5 ② 1
③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{25}$

31 두 벡터 $[a,2,-1,a]^T$와 $[-a,-1,3,6]^T$가 서로 수직이 되도록 하는 실수 a를 보기에서 모두 고르면?

가. 1 나. -1
다. -5 라. 5
① 가, 나 ② 가, 라
③ 나, 다 ④ 다, 라

경기대학교

32 다음 행렬이 가역일 때, 실수 x가 될 수 있는 것은?

$$A = \begin{pmatrix} x+2 & x^5 & 0 \\ 0 & x-3 & x^7 \\ 0 & 0 & x-4 \end{pmatrix}.$$

① -2 ② 1
③ 3 ④ 4

33 다음 행렬의 위수(rank)가 2일 때, 실수 a의 값은?

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 0 \\ a & 6 & 0 & 9 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 0 & 6 \end{pmatrix}.$$

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4

34 다음 중 주어진 고유값에 대응하는 행렬 A의 고유벡터가 아닌 것은?

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

① 고유값 1: 고유벡터 $[1, 0, 2]^T$
② 고유값 1: 고유벡터 $[0, 1, 1]^T$
③ 고유값 -2: 고유벡터 $[-1, 0, 1]^T$
④ 고유값 -2: 고유벡터 $[1, 1, 0]^T$

경기대학교

35 다음 중 $\mathbb{R}^3$의 기저가 될 수 있는 것은?

① $\{[4,2,3]^T, [2,3,1]^T, [2,-5,-3]^T\}$

② $\{[0,1,1]^T, [1,0,1]^T, [1,2,3]^T\}$

③ $\{[-1,1,0]^T, [-2,0,1]^T, [1,1,-1]^T\}$

④ $\{[1,0,0]^T, [0,1,1]^T, [1,0,1]^T, [1,2,3]^T\}$

36 극방정식 $r = 2\sin(3\theta)$로 주어진 곡선이 둘러싸는 평면 영역의 넓이는?

① $\dfrac{\pi}{2}$ ② π

③ 2π ④ 4π

37 보기의 급수 중 수렴하는 것을 모두 고르면?

가. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+n!}$

나. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n!}\right)$

다. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}$

라. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^3}$

① 가, 나 ② 가, 다

③ 가, 라 ④ 나, 다

경기대학교

38 다음 x의 멱급수의 수렴구간은?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n3^n - 1}$$

① $(-3, 3]$ ② $[-3, 3)$
③ $(-2, 4]$ ④ $[-2, 4)$

39 다음 이변수 함수에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

$$f(x, y) = 2x^2 - 8xy + y^4 - 4y^3$$

① 점 $(0, 0)$에서 f는 안장점(saddle point)을 갖는다.
② 점 $(0, 0)$에서 f는 극댓값 0을 갖는다.
③ 점 $(-2, -1)$에서 f는 극솟값 -3을 갖는다.
④ 점 $(8, 4)$에서 f는 극솟값 -128을 갖는다.

40 다음 두 구의 내부 공통부분의 부피는?

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 4z + 5 = 0,$$
$$x^2 + y^2 + z^2 = 4.$$

① $11\dfrac{\pi}{4}$ ② $11\dfrac{\pi}{8}$
③ $11\dfrac{\pi}{12}$ ④ $11\dfrac{\pi}{24}$

경기대학교

41 A, B가 임의의 $n \times n$ 가역행렬이고 k가 0이 아닌 실수일 때, 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?

가. $\det(AB) = \det(A)\det(B)$
나. $(A+B)^T = A^T + B^T$
다. $\mathrm{tr}(BA) = \mathrm{tr}(AB)$
라. $(kA)^{-1} = \frac{1}{k}A^{-1}$

① 나, 라
② 가, 나, 다
③ 가, 나, 라
④ 가, 나, 다, 라

42 다음 중 옳지 않은 것은?

① 행렬 A가 가역이고 대칭이면, A의 역행렬도 대칭이다.
② 정사각행렬 A는 항상 대칭행렬과 반대칭(skew-symmetric)행렬의 합으로 나타낼 수 있다.
③ m, n이 서로 다른 자연수이고 A가 $m \times n$ 행렬이면, $\mathrm{rank}(A^T) + \mathrm{nullity}(A^T) = n$이다.
④ 행렬 A의 열벡터들이 일차종속이고 b가 A의 열공간에 포함되면, 선형연립방정식 $Ax = b$의 해는 무수히 많다.

43 다음 선형연립방정식의 해공간의 차원은?

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ -2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0. \\ -x_1 + x_3 = 0 \end{cases}$$

① 1
② 2
③ 3
④ 4

경기대학교

44 A가 n차 정사각행렬일 때, 보기에서 나머지 셋과 동치가 아닌 것은?

가. 선형연립방정식 $Ax = 0$은 자명해(trivial solution) $x = 0$만 갖는다.
나. A의 모든 열벡터들은 일차독립이다.
다. A는 n차 단위행렬 I_n과 행동치이다.
라. $\det(A) = 0$이다.

① 가 ② 나
③ 다 ④ 라

45 다음 행렬 A와 닮은 행렬은?

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

① $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

③ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ④ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$