한양대학교

문제편

25문항

원문 1번은 시험 유형 표기 안내로 수학 문항에서 제외했습니다. 원문 2–26번을 교재 1–25번으로 정리했습니다. 14번은 기존 해설에서 선택한 고유벡터의 양의 방향을 별표 조건으로 명시했습니다.

01 세 실수 a, b, c의 평균이 $\frac{13}{12}$일 때 $8a^4 + 27b^4 + 64c^4$의 최솟값은?

① $\frac{13}{12}$
② $\frac{52}{3}$
③ $\frac{351}{4}$
④ $\frac{832}{3}$
⑤ 1404

02 곡선 $r(t) = \cosh t\,i + \sinh t\,j + tk$에서 $t = 0$일 때의 곡률은?

① $\frac{1}{2}$
② $\frac{1}{\sqrt{2}}$
③ 1
④ $\sqrt{2}$
⑤ 2

03 곡면 $z = 2 - x^2 - y^2$, $z \geq 0$의 넓이는?

① $13\frac{\pi}{2}$
② $13\frac{\pi}{3}$
③ $13\frac{\pi}{6}$
④ $\frac{\left(17\sqrt{17} - 1\right)\pi}{3}$
⑤ $\frac{\left(17\sqrt{17} - 1\right)\pi}{6}$

한양대학교

04 좌표공간의 영역

$$D=\{(x,y,z):x^2+y^2+z^2\geq 9,\\ x^2+\left(y-\frac{9}{2}\right)^2+z^2\leq\frac{81}{4}\}$$

의 부피는?

① 105π ② 108π
③ 111π ④ 114π
⑤ 117π

05 평면 $x+3y+z=2$와 원기둥 $x^2+y^2=4$가 만나는 곡선을 C라 할 때 선적분의 값은?

$$\int_C -\sqrt{1+x^2+y^2}\,\mathrm{d}x+x\,\mathrm{d}y-z^3\,\mathrm{d}z.$$

단, C를 xy평면에 정사영하면 반시계방향이다.

① π ② 2π
③ 3π ④ 4π
⑤ 5π

06 적분의 값은?

$$\int_0^1\int_0^{z^2}\int_0^{\sqrt{y}}\sqrt{4y^{\frac{3}{2}}-3y^2}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z.$$

① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{15}$
③ $\frac{1}{12}$ ④ $\frac{1}{10}$
⑤ $\frac{1}{9}$

한양대학교

07 다음 중 나머지와 다른 값을 갖는 것은?

① $4\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2n+1}$

② $\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{1+x^2}\,\mathrm{d}x$

③ $\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{(1+x^2+y^2)^2}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$

④ $\frac{1}{2}\int_C -y\,\mathrm{d}x + x\,\mathrm{d}y$
단, C는 단위원 $x^2+y^2=1$의 반시계방향 곡선이다.

⑤ 극좌표 곡선 $r=\frac{2\sqrt{3}}{3}(1+\cos(2\theta))$에 둘러싸인 영역의 넓이

08 극한의 값은?

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}\prod_{k=1}^{n}(n^2+k^2)^{\frac{1}{n}}.$$

① $2e^{\frac{\pi}{2}-3}$

② $2e^{\frac{\pi}{2}-2}$

③ $2e^{\frac{\pi}{2}}$

④ $\frac{5}{2}e^{\frac{\pi}{2}+1}$

⑤ $\frac{5}{2}e^{\frac{\pi}{2}+2}$

09 행렬 $A=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 1 & 0\end{pmatrix}$에 대해 $A^{2019}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$일 때 $a+b$의 값은?

① $3^{2019}-1$

② 3^{2019}

③ $3^{2019}+1$

④ $2\cdot 3^{2019}-1$

⑤ $2\cdot 3^{2019}$

한양대학교

10 3×3 행렬 B의 고윳값은 1, 2, 3이다. 행렬 A가 B와 닮을 때 $\det(A - 4I)$의 값은?

① -6 ② -3
③ 0 ④ 6
⑤ 37

11 공간벡터 u, v, w가 이루는 평행육면체의 부피는 3이고 $u \cdot v = v \cdot w = w \cdot u = 0$이다. 세 벡터 $u \times 2v$, $2v \times 3w$, $3w \times u$가 이루는 평행육면체의 부피는? 단, $\cdot$은 내적, $\times$는 외적이다.

① 108 ② 144
③ 216 ④ 324
⑤ 648

12 행렬

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 3 \\ 2 & 7 & -1 & 5 \\ -1 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

의 영공간의 기저가 $v = (a, b, c, d)$일 때 $\frac{b}{a} + \frac{d}{c}$의 값은?

① -3 ② -2
③ -1 ④ 0
⑤ 1

한양대학교

13 행렬 A, B, C가 다음과 같이 주어져 있다.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 5 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 7 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 0 & 0 \\ 5 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = AB.$$

C의 열벡터에 그람·슈미트 과정을 적용하여 얻은 정규직교벡터를 열로 갖는 직교행렬을 Q라 한다. $Q^{-1}C$의 대각성분 곱의 절댓값은?

① 1 ② 120
③ 240 ④ 420
⑤ 840

14* 이차형식 $x^2 + 4xz + 2y^2 + z^2$를 직교대각화하면 $a_1X^2 + a_2Y^2 + a_3Z^2$이다. $a_1 < a_2 < a_3$이며 $Z = \alpha x + \beta y + \gamma z$, $\alpha > 0$일 때 $\alpha + \beta + \gamma$의 값은?

① 0 ② 1
③ $\sqrt{2}$ ④ $3\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
⑤ $2\sqrt{2}$

15 미분방정식 $x'' - 5x' - 14x = 0$의 해 $x = x(t)$가 $x(0) = 5$, $x'(0) = -1$을 만족한다. $x(t)$가 최소가 되는 t의 값은?

① $\dfrac{\ln 2}{3} - \dfrac{\ln 7}{9}$ ② $\dfrac{\ln 2}{9} - \dfrac{\ln 7}{9}$
③ 0 ④ $\dfrac{\ln 2}{5} - \dfrac{\ln 7}{5}$
⑤ $\dfrac{3\ln 2}{5} - \dfrac{\ln 7}{5}$

한양대학교

16 $x'' + 5x' + 6x = e^{-2t}$, $x(0) = 1$, $x'(0) = 0$일 때 $x(1)$의 값은?

① 0
② $e^{-2} - 2e^{-3}$
③ $2e^{-2} - 3e^{-3}$
④ $3e^{-2} - 2e^{-3}$
⑤ $3e^{-2} - e^{-3}$

17 연립 미분방정식

$$x' = y, \quad y' = z,$$
$$z' = -\frac{11}{2}z - 6y + \frac{9}{2}x + 9t^2 - 24t - 22$$

의 해가 $x(0) = 5$, $y(0) = 0$, $z(0) = 0$을 만족할 때 $x(1) - 2y(1)$의 값은?

① $6e^{-3} + 6$
② $12e^{-3} + 6$
③ $6e^{-3} + 12$
④ $6\sqrt{e} + 12$
⑤ $12\sqrt{e} + 6$

18 $x' = (1-t)x + (t-1)^3$의 해가 $x(0) = 3$을 만족할 때 $x(2)$의 값은?

① -1
② 0
③ 1
④ 2
⑤ 3

한양대학교

19 함수 $f(t)$의 라플라스 변환은 $\mathcal{L}(f(t)) = \frac{1}{s^2+4}$이다. $G(s) = \mathcal{L}(e^{\pi t} f(t)^2)$일 때 $G(2\pi)$의 값은?

① $\frac{1}{8}\left(\frac{4}{\pi^2+16} - \frac{1}{\pi}\right)$
② $\frac{1}{8}\left(\frac{\pi}{\pi^2+16} - \frac{1}{\pi}\right)$
③ $\frac{1}{8}\left(\frac{1}{\pi} - \frac{4}{\pi^2+16}\right)$
④ $\frac{1}{8}\left(\frac{1}{\pi} - \frac{\pi}{\pi^2+16}\right)$
⑤ $\frac{1}{8}\left(\frac{1}{\pi} - \frac{1}{\pi^2+16}\right)$

20 $x^2y'' + 5xy' + 4y = 0$, $x > 0$, $y(1) = e^2$, $y'(1) = 0$일 때 $y(e)$의 값은?

① 0
② e
③ 3
④ e^2
⑤ e^4

21 [주관식] 멱급수

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n!)^3}{(3n)!}(x-30)^n$$

의 수렴반경이 r이고 수렴구간이 (a, b)일 때 $r + a + b$의 값을 구하시오.

답: _____

한양대학교

22 [주관식] $v=(1,1,1,1,1)$과 $w=(-2,-1,0,2,3)$이 생성하는 $\mathbb{R}^5$의 부분공간을 W라 한다. $u=(4,2,1,1,1)$의 W 위 정사영이 $P_W(u)=(u_1,u_2,u_3,u_4,u_5)$일 때 $2(u_1^2+u_2^2+u_3^2+u_4^2+u_5^2)$의 값을 구하시오.

답:

23 [주관식] 행렬

$$A=\begin{pmatrix}2 & -2 & 2\\ 0 & 1 & 1\\ -4 & 8 & 3\end{pmatrix}$$

의 고윳값 $\lambda_1<\lambda_2<\lambda_3$에 대응하는 고유벡터가 각각 $a=\begin{pmatrix}a_1\\1\\a_3\end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\4\end{pmatrix}$, $c=\begin{pmatrix}2\\c_2\\c_3\end{pmatrix}$이다. $\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+a_1+b_2+c_3$의 값을 구하시오.

답:

24 [주관식] 함수

$$F(s)=\frac{1}{s^2}-e^{-s}\left(\frac{1}{s^2}+\frac{2}{s}\right)+e^{-4s}\left(\frac{4}{s^3}+\frac{1}{s}\right)$$

의 역 라플라스 변환을 $f(t)$라 할 때 $f(10)$의 값을 구하시오.

답:

한양대학교

25 [주관식]

$$\int_{1+\sqrt{3}}^{\infty}\left(\frac{12}{x-1}-\frac{12(x+2)}{x^2+x+1}\right)\mathrm{d}x$$
$$=-\sqrt{a}\pi+b\ln\left(2+\sqrt{3}\right)$$

일 때 ab의 값을 구하시오. 단, a, b는 자연수이다.

답: _____