인하대학교

문제편

30문항

원문 배점: 1~15번 1점, 16~25번 1.5점, 26~30번 2점. *12번 지수 표기를 해설에 맞춰 정정했고, *27번 좌우 영역을 해설의 범위에 따라 명시했습니다. 선택지 값·순서는 원문을 보존했습니다.

01 극한 $\lim_{x\to 0} \frac{\sin^2 x}{e^{-x^2}-1}$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

02 두 사건 A, B가 독립이고 $\mathrm{P}\left(A \cap B^C\right) = \frac{1}{3}$, $\mathrm{P}(A \cup B) = \frac{2}{3}$일 때, $\mathrm{P}(A)$의 값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

03 적분 $\int_0^{\sqrt{\pi}} 2x^3 \sin\left(x^2\right) \mathrm{d}x$의 값은?

① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{3}$ ④ $\frac{\pi}{2}$ ⑤ π

인하대학교

04 $x^3-1=0$의 1이 아닌 한 근을 w라 할 때, $1+w+w^2+\ldots+w^{2020}$을 간단히 하면?

① 0 ② 1 ③ w
④ $w+1$ ⑤ w^2

05 어떤 세균의 개체 수 증가 속도는 현재 개체 수에 비례한다. 세균 수가 2배가 되는 데 5시간이 걸릴 때, 처음의 10배가 되는 데 필요한 시간은?

① $\frac{5\ln 10}{\ln 2}$ ② $\frac{10\ln 10}{\ln 2}$
③ $\frac{15\ln 10}{\ln 2}$ ④ $\frac{20\ln 10}{\ln 2}$
⑤ $\frac{25\ln 10}{\ln 2}$

06 미분 가능한 함수 f가 $-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}$에서 $f(\sin x)=x^2+1$을 만족한다. $f'\left(\frac{1}{2}\right)$의 값은?

① $-2\sqrt{3}\frac{\pi}{9}$ ② $-\sqrt{3}\frac{\pi}{9}$ ③ 0
④ $\sqrt{3}\frac{\pi}{9}$ ⑤ $2\sqrt{3}\frac{\pi}{9}$

인하대학교

07 $y = \cosh x$, $0 \le x \le 1$의 그래프로 주어지는 곡선의 길이는?

① 1
② $\frac{1}{2}\left(e - \frac{1}{e}\right)$
③ $\frac{1}{2}\left(e + \frac{1}{e}\right)$
④ $\frac{1}{4}\left(e^2 - \frac{1}{e^2}\right)$
⑤ $\frac{1}{4}\left(e^2 + \frac{1}{e^2}\right)$

08 타원 $x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$ 위에서 $f(x, y) = 2x^2 - y$의 최댓값은?

① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ $\frac{9}{4}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ $\frac{13}{4}$

09 실수 전체에서 미분 가능한 함수 f가 아래 식을 만족할 때, $f(2)$의 값은?

$$f(x) = (x^2 + 1)^2 - \int_0^x t^2 f'(t)\,\mathrm{d}t.$$

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

인하대학교

10 세 점 $(-1,0)$, $(0,1)$, $(2,-1)$을 꼭짓점으로 갖는 삼각형의 내심의 y좌표는?

① $5-2\sqrt{5}$ ② $-2+\sqrt{5}$
③ $3-\sqrt{5}$ ④ $-4+2\sqrt{5}$
⑤ $9-4\sqrt{5}$

11 세 점 $(-1,1,2)$, $(0,3,5)$, $(-3,-1,-1)$을 지나는 평면과, 원점을 지나는 수직선의 교점은?

① $\left(0,-\frac{1}{5},\frac{1}{5}\right)$ ② $\left(0,-\frac{1}{7},\frac{2}{7}\right)$
③ $\left(0,-\frac{3}{11},\frac{1}{11}\right)$ ④ $\left(0,-\frac{3}{13},\frac{2}{13}\right)$
⑤ $\left(0,-\frac{3}{15},\frac{3}{15}\right)$

12* $0<x<1$인 모든 실수 x에 대해 아래 멱급수 항등식이 성립할 때, $a_0+a_1+a_2$의 값은?

$$\frac{x}{e^x-1}=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots.$$

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{11}{12}$ ⑤ $\frac{13}{12}$

인하대학교

13 극방정식 $r = 2 + \cos\theta + \sin\theta$로 주어진 곡선으로 둘러싸인 영역의 넓이는?

① π ② 2π ③ 3π ④ 4π ⑤ 5π

14 두 곡면 $x + y^2 + z^3 = 2$, $xye^z = 1$의 교선 위 점 $(1, 1, 0)$에서 접선과 평행한 벡터는?

① $(2, -1, -1)$ ② $(1, -2, -2)$
③ $(1, -2, 1)$ ④ $(1, -1, 0)$
⑤ $(2, -1, -3)$

15 이상적분 $\int_0^\infty \int_0^y y^{-\frac{3}{2}} e^{-x}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$의 값은?

① $\sqrt{\pi}$ ② $2\sqrt{\pi}$ ③ $3\sqrt{\pi}$ ④ $4\sqrt{\pi}$ ⑤ $5\sqrt{\pi}$

인하대학교

16 네 점 $A(1,2,3)$, $B(-1,2,5)$, $C(0,1,2)$, $D(-1,0,4)$에 대해 세 벡터 $B-A$, $C-A$, $D-A$가 생성하는 평행육면체의 부피는?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

17 네 점 $A(2,-1,3)$, $B(1,1,1)$, $C(1,-2,1)$, $D(4,-1,2)$가 있다. A에서 평면 BCD에 내린 수선의 발을 H라 하자. 직선 BH와 직선 CD의 교점을 E라 할 때 $CE:ED$는?

① 1 : 1 ② 2 : 1 ③ 1 : 2
④ 3 : 2 ⑤ 2 : 3

18 $A=\begin{pmatrix}1 & -3\\ -3 & 5\end{pmatrix}$와 어떤 2×2 가역행렬 U에 대해 $U^{-1}AU=\begin{pmatrix}a & 0\\ 0 & b\end{pmatrix}$일 때, a^2+b^2의 값은?

① 11 ② 22 ③ 33 ④ 44 ⑤ 55

인하대학교

19 A가 아래 회전행렬이고 $A^{1000} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$일 때, $a+b+c+d$의 값은?

$$A = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) & -\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \\ \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) & \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \end{pmatrix}.$$

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

20 $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$에 대해 $\lim_{n\to\infty} (\mathrm{tr}(A^n))^{\frac{1}{n}}$의 값은? (tr는 대각원소의 합.)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

21 아래 미분방정식의 해 f에 대해 $f(\pi)$의 값은?

$$f''(x) + 4f(x) = x^2, \quad f(0) = 0, f'(0) = 0.$$

① π^2 ② $\frac{\pi^2}{2}$ ③ $\frac{\pi^2}{3}$ ④ $\frac{\pi^2}{4}$ ⑤ $\frac{\pi^2}{5}$

인하대학교

22 아래 미분방정식의 해 f에 대해 $f(2)$의 값은?

$$x^2 f''(x) - 4x f'(x) + 6f(x) = 0,$$
$$f(1) = 0, \quad f'(1) = 1.$$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

23 함수 $f(x,y) = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$에 대해 $x^2 + y^2 = 1$에서의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 한다. $M + m$의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

24 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $z \geq 0$, $(x-1)^2 + y^2 \leq 1$로 주어진 곡면의 넓이는?

① $4\pi - 8$ ② $3\pi - 5$
③ $2\pi - 2$ ④ $\pi + 1$
⑤ $2\pi - 1$

인하대학교

25 구면 $x^2+y^2+z^2=2$와 포물면 $z=x^2+y^2$로 둘러싸인 영역 중 $z\geq 0$인 부분의 부피는?

① $\dfrac{\left(8\sqrt{2}-7\right)\pi}{6}$ ② $\dfrac{\left(7\sqrt{2}-6\right)\pi}{6}$

③ $\dfrac{\left(6\sqrt{2}-5\right)\pi}{6}$ ④ $\dfrac{\left(5\sqrt{2}-4\right)\pi}{6}$

⑤ $\dfrac{\left(4\sqrt{2}-3\right)\pi}{6}$

26 $S=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2+z^2=4\}$에서 곡면 적분 $\int_S z^2\,\mathrm{d}S$의 값은?

① $16\dfrac{\pi}{3}$ ② $32\dfrac{\pi}{3}$ ③ 16π ④ $64\dfrac{\pi}{3}$ ⑤ 32π

27* $0<a<1$이다. 곡선 $y=x-x^3$와 x축 사이 영역을 직선 $x=a$ 주위로 회전한다. 왼쪽 구간 $0\leq x\leq a$에서 얻는 부피를 V_1, 오른쪽 구간 $a\leq x\leq 1$에서 얻는 부피를 V_2라 할 때, V_1+3V_2가 최소가 되는 a의 값은?

① $\dfrac{\sqrt{2}}{6}$ ② $\dfrac{\sqrt{2}}{5}$ ③ $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

④ $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

인하대학교

28 C는 타원 $x^2+4y^2=4$를 반시계 방향으로 돈다. 다음 선적분의 값은?

$$\int_C (x+y^3+e^y)\,\mathrm{d}x+(y+xe^y)\,\mathrm{d}y.$$

① $-3\dfrac{\pi}{2}$ ② $-\dfrac{\pi}{2}$ ③ 0

④ $\dfrac{\pi}{2}$ ⑤ $3\dfrac{\pi}{2}$

29 D는 $z=1-(x^2+y^2)$와 $z=0$으로 둘러싸인 입체이고 S는 그 전체 경계이다. n은 바깥 방향의 단위법선이다. 아래 함수의 그래디언트 벡터장의 유속 $\int_S \nabla f\cdot n\,\mathrm{d}S$의 값은?

$$f(x,y,z)=(x^2+y^2-4)e^z.$$

① $\left(e-\dfrac{1}{2}\right)\pi$ ② $\left(e-\dfrac{3}{2}\right)\pi$

③ $\left(e-\dfrac{5}{2}\right)\pi$ ④ $\left(e-\dfrac{7}{2}\right)\pi$

⑤ $\left(e-\dfrac{9}{2}\right)\pi$

30 단위구면 $S=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2+z^2=1\}$의 바깥 방향 단위법선을 n이라 하고, $z\geq x$인 부분을 P라 한다. 아래 벡터장에 대해 $\int_P(\nabla\times F)\cdot n\,\mathrm{d}S$의 값은?

$$F(x,y,z)=\left(-2\sqrt{2}x^2y,y^2,z^2\right).$$

① $\dfrac{\pi}{4}$ ② $\dfrac{\pi}{2}$ ③ $3\dfrac{\pi}{4}$ ④ π ⑤ $5\dfrac{\pi}{4}$