명지대학교

문제편

25문항

한 페이지에 3문항씩 배치했습니다. 20번은 원문 조건의 편집 보완을 별표로 표시했습니다.

01 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $g(x)=x^2 f(x)$라 하자. $g'(2)=24$일 때, $f(2)+f'(2)$의 값은?

① 2 ② 4
③ 6 ④ 8
⑤ 10

02 두 공간벡터 a, b에 대하여 $a\cdot b=-\sqrt{3}$, $a\times b=\langle 2,-1,2\rangle$일 때, 두 벡터 사이의 각 θ의 값은? (단, $0\le\theta\le\pi$)

① $\dfrac{\pi}{6}$ ② $\dfrac{\pi}{4}$
③ $\dfrac{\pi}{2}$ ④ $2\dfrac{\pi}{3}$
⑤ $3\dfrac{\pi}{4}$

03 이계도함수 $f''(x)$가 연속이고 $f(2)=10$, $f'(2)=12$, $\int_0^2 x^2 f''(x)\,dx=24$일 때, $\int_0^2 f(x)\,dx$의 값은?

① 2 ② 4
③ 6 ④ 8
⑤ 10

명지대학교

04 함수 $f(x,y,z)=xy^2z^3$의 점 $P(2,1,1)$에서 점 $Q(0,-3,5)$를 향하는 방향도함수의 값은?

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

05 $\lim_{x\to 0}(2x+e^x)^{\frac{1}{x}}$의 값은?

① e ② $e\sqrt{e}$
③ e^2 ④ $e^2\sqrt{e}$
⑤ e^3

06 $A=\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}$, $B=A^{2023}+A^{2024}$일 때, 행렬 B의 모든 성분의 합은?

① 6 ② 7
③ 8 ④ 9
⑤ 10

명지대학교

07 〈보기〉에서 수렴하는 급수만을 있는 대로 고른 것은?

ㄱ. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^2}{(2n)!}$

ㄴ. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n+\sqrt{n}}$

ㄷ. $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2+1}}$

ㄹ. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{3^{3n+1}}$

① ㄱ, ㄴ
② ㄱ, ㄷ
③ ㄴ, ㄷ
④ ㄱ, ㄷ, ㄹ
⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

08 구간 $0 \le \theta \le 1$에서 극곡선 $r = e^{-\theta}$의 길이는?

① $\dfrac{e-1}{e}$
② $\dfrac{\sqrt{2}(e-1)}{e}$
③ $\dfrac{\sqrt{3}(e-1)}{e}$
④ $\dfrac{2(e-1)}{e}$
⑤ $\dfrac{\sqrt{5}(e-1)}{e}$

09 곡선 $y^2 = x^3 + 3x^2$ 위의 점 $(1,-2)$에서 접선의 기울기를 m이라 하자. 이 곡선 위의 점 (a,b)에서 접선이 수평이고 $ab<0$일 때, abm의 값은?

① 5
② 6
③ 7
④ 8
⑤ 9

명지대학교

10 함수 $f(x)=x^3-4x^2+6x-4$의 역함수를 $g(x)$라 하고 $h(x)=\frac{1}{1+g(x)^2}$라 하자. $h'(-1)$의 값은?

① -1
② $-\frac{1}{2}$
③ $-\frac{1}{3}$
④ $-\frac{1}{4}$
⑤ $-\frac{1}{5}$

11 $t>1$에 대하여 곡선 $y=\frac{2}{x+x^3}$과 x축 및 두 직선 $x=1$, $x=t$로 둘러싸인 영역의 넓이를 $A(t)$라 하자. $\lim_{t\to\infty}A(t)$의 값은?

① $\ln 2$
② $\ln 3$
③ $2\ln 2$
④ $\ln 5$
⑤ $\ln 6$

12 원 $x^2+y^2=8$의 내부에 있고 포물선 $y=\frac{x^2}{2}$의 아래쪽에 있는 영역의 넓이는?

① $6\pi-\frac{4}{3}$
② $6\pi-1$
③ $6\pi-\frac{2}{3}$
④ $6\pi-\frac{1}{3}$
⑤ 6π

명지대학교

13 함수 $f(x)=\arcsin\sqrt{x}-\sqrt{x-x^2}$의 그래프에서 $x=0$부터 $x=a$까지의 곡선 길이가 1일 때, a의 값은? (단, $0<a<1$)

① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$

⑤ $\frac{7}{8}$

14 직선 $x+y=4$와 포물선 $y=(x-2)^2$로 둘러싸인 영역을 y축 둘레로 회전시켜 얻은 입체의 부피는?

① 12π ② $25\frac{\pi}{2}$

③ 13π ④ $27\frac{\pi}{2}$

⑤ 14π

15 매개변수 t에 대하여 $x=\ln(4+t^2)$, $y=\arctan(\frac{t}{2})$로 나타낸 곡선에서 $t=-1$일 때 $\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② 1

③ $\frac{3}{2}$ ④ 2

⑤ $\frac{5}{2}$

명지대학교

16 다음 멱급수의 수렴구간은?

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(4x-12)^n}{(-3)^n(\sqrt{n}+1)}.$$

① $\frac{5}{2} < x \le \frac{7}{2}$
② $\frac{5}{2} \le x < \frac{7}{2}$
③ $\frac{9}{4} < x \le \frac{15}{4}$
④ $\frac{9}{4} \le x < \frac{15}{4}$
⑤ $\frac{3}{2} \le x < \frac{5}{2}$

17 D가 세 점 $(0,0)$, $(1,0)$, $(0,1)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형일 때, $u = x+y$, $v = y$의 치환을 이용하여 $\iint_D e^{(x+y)^2}\,\mathrm{d}A$를 구하면?

① $\frac{e-1}{2}$
② $\frac{e}{2}$
③ $e-1$
④ $\frac{e+1}{2}$
⑤ e

18 다음과 같이 정의한 함수 $f(x)$에 대하여 $f^{(2024)}(0)$의 값은?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & (x \neq 0) \\ 1 & (x = 0) \end{cases}.$$

① $\frac{1}{2021}$
② $\frac{1}{2022}$
③ $\frac{1}{2023}$
④ $\frac{1}{2024}$
⑤ $\frac{1}{2025}$

명지대학교

19 원 $x^2+y^2=1$을 직선 $y=2$ 둘레로 회전시켜 얻은 곡면의 겉넓이는?

① $4\pi^2$ ② $6\pi^2$
③ $8\pi^2$ ④ $10\pi^2$
⑤ $12\pi^2$

20* 연속함수 $f(x)$가 $x>0$인 모든 실수 x에 대하여 다음 등식을 만족시킨다. 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=1$, $x=2$로 둘러싸인 영역을 x축 둘레로 회전시켜 얻은 입체의 부피는?

$$\int_{2}^{2x}\frac{f(t)}{t^2}\,\mathrm{d}t=\sqrt{x}-1.$$

편집 보완*: 원문의 $x>1$을 $x>0$으로 보완했다. 원문 조건만으로는 구하는 부피가 정해지지 않는다.

① $7\dfrac{\pi}{16}$ ② $15\dfrac{\pi}{32}$
③ $\dfrac{\pi}{2}$ ④ $17\dfrac{\pi}{32}$
⑤ $9\dfrac{\pi}{16}$

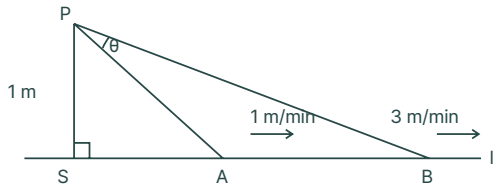
21 양의 실수 t에 대하여 다음과 같이 함수 $f(t)$를 정의할 때, $f'(1)$의 값은?

$$f(t)=\iint_{D}\left(20+22\sin\left(\frac{\pi}{2}x^{2024}\right)\right)\mathrm{d}A,$$
$$D=\left\{(x,y)\mid \sqrt[3]{y}\le x\le\sqrt[3]{t},\,0\le y\le t\right\}.$$

① 10 ② 12
③ 14 ④ 16
⑤ 18

명지대학교

22 관측자 P는 직선 l에서 1 m 떨어진 곳에 있고 S는 P에서 l에 내린 수선의 발이다. 두 사람 A, B가 S에서 동시에 출발하여 그림과 같은 방향으로 각각 분당 1 m, 3 m의 일정한 속도로 걷는다. $\theta = \angle APB$의 최댓값은?



① $5\dfrac{\pi}{12}$ ② $\dfrac{\pi}{3}$

③ $\dfrac{\pi}{4}$ ④ $\dfrac{\pi}{6}$

⑤ $\dfrac{\pi}{12}$

23 원기둥 $x^2 + y^2 = 2x$와 두 평면 $z = x$, $z = 2x$로 둘러싸인 입체의 부피는?

① $\dfrac{\pi}{2}$ ② π

③ $3\dfrac{\pi}{2}$ ④ 2π

⑤ $5\dfrac{\pi}{2}$

24 등비급수 $\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n \ (|x| < 1)$을 이용하여 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)9^n}$을 구하면?

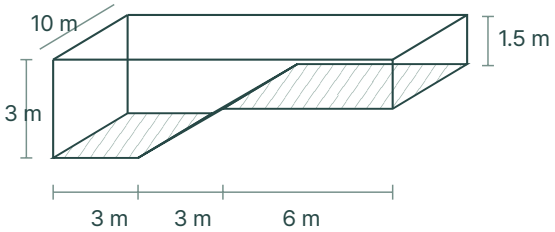
① $\dfrac{\ln 2}{2}$ ② $\ln 2$

③ $\dfrac{3\ln 2}{2}$ ④ $2\ln 2$

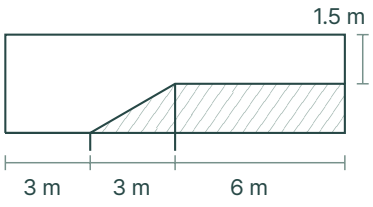
⑤ $\dfrac{5\ln 2}{2}$

명지대학교

25 폭이 10 m, 길이가 12 m인 수영장은 얕은 곳의 깊이가 1.5 m, 가장 깊은 곳의 깊이가 3 m이다. 수영장의 모양과 단면은 그림과 같다. 비어 있는 수영장에 $1\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{min}}$의 속도로 물을 채울 때, 가장 깊은 곳의 물의 깊이가 1 m인 순간 수면 넓이의 증가 속도는? (단위: $\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{min}}$)



모양



단면

① $\frac{1}{5}$
② $\frac{2}{5}$
③ $\frac{3}{5}$
④ $\frac{4}{5}$
⑤ 1