가천대학교

문제편

25문항 · 60분

01 극한 $\lim_{x\to 0}(\cosh x)^{\frac{1}{x}}$의 값은?

① 0
② 1
③ 2
④ e

02 함수 $f(x)=(\arctan x)^2$에 대하여 $f'\left(-\sqrt{3}\right)$의 값은?

① $\dfrac{\pi}{6}$
② $\dfrac{\pi}{12}$
③ $-\dfrac{\pi}{6}$
④ $-\dfrac{\pi}{12}$

03 적분 $\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}\,\mathrm{d}x$의 값은?

① $\sqrt{3}-\dfrac{\pi}{3}$
② $\sqrt{3}-\dfrac{\pi}{6}$
③ $2\sqrt{3}-\dfrac{\pi}{3}$
④ $2\sqrt{3}-\dfrac{\pi}{6}$

가천대학교

04 점 $(1,2)$에서 곡선 $x^2+4xy+y^2=13$의 접선이 x축과 만나는 점이 $(a,0)$일 때, a의 값은?

① $\frac{13}{5}$ ② $\frac{11}{5}$

③ $\frac{9}{5}$ ④ $\frac{7}{5}$

05 극한 $\lim_{n\to\infty}\frac{1+2\sqrt{2}+\ldots+n\sqrt{n}}{n^2\sqrt{n}}$의 값은?

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$

③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{2}{3}$

06 점 $(2,2,1)$을 지나고 두 평면 $x+y-z=2$, $2x-y+3z=-1$의 교선을 포함하는 평면이 $ax+by-9z=13$일 때, $a+b$의 값은?

① 10 ② 11

③ 21 ④ 22

가천대학교

07 멱급수 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2}x^n$의 수렴반지름은?

① $\frac{1}{e}$ ② 1

③ e ④ ∞

08 선형변환 $T:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$가 $T(x,y)=(20x-21y,21y)$로 정의되고 행렬 A가 $Tv=Av$를 만족할 때, A의 모든 고유값의 합은?

① -1 ② 20

③ -21 ④ 41

09 구간 $[0,2]$에서 함수 $f(x)=\frac{\ln(1+x)}{(1+x)^2}$의 최댓값은?

① $\frac{\ln 2}{4}$ ② $\frac{\ln 3}{9}$

③ $\frac{1}{2e}$ ④ $\frac{1}{e}$

가천대학교

10 심장선 $r = 2 + 2\sin\theta$의 내부와 원 $r = 4\sin\theta$의 외부에 놓인 영역의 넓이는?

① π ② 2π

③ $\dfrac{2\pi}{5}$ ④ $\dfrac{7\pi}{5}$

11 곡선 $x = 5\cos^3 t$, $y = 5\sin^3 t$, $0 \le t \le \frac{\pi}{2}$를 x축을 중심으로 회전하여 생기는 회전곡면의 넓이는?

① 15π ② 20π

③ 25π ④ 30π

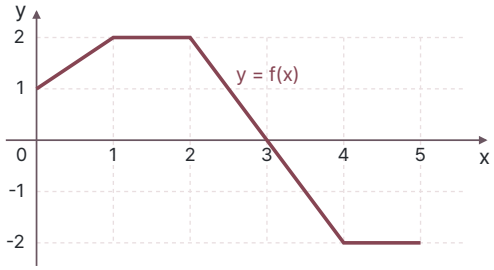
12 쌍곡선 $xy = 8$ 위에서 $(3, 0)$에 가장 가까운 점을 (a, b)라 할 때, $3a + b$의 값은?

① 14 ② 12

③ 11 ④ 10

가천대학교

13 다음은 함수 f의 그래프이다. $F(x)=\int_0^{x^2} f(t)\,dt$라 할 때, $F''\left(\sqrt{3}\right)$의 값은?



① -2
② -12
③ -24
④ -72

14 점 $(2,1)$에서 함수 $f(x,y)=x^2y+\sqrt{y}$가 가장 빨리 증가하는 방향의 단위벡터를 u라 할 때, 방향도함수 $D_uf(2,1)$의 값은?

① $\frac{17}{2}$
② 7
③ $\frac{\sqrt{155}}{2}$
④ $\frac{\sqrt{145}}{2}$

15 행렬 $A=\begin{pmatrix}-2 & -2 & 4 & 6\\ 3 & 3 & -6 & -9\\ -4 & -4 & 4 & 4\\ 1 & 1 & -2 & \alpha\end{pmatrix}$의 계수가 2일 때, α의 값은?

① -4
② -3
③ -2
④ -1

가천대학교

16 $w = xy + yz + zx$, $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$, $z = r\theta$일 때, $r = 2$, $\theta = \frac{\pi}{2}$에서 $\frac{\partial w}{\partial \theta}$의 값은?

① π ② $-\pi$
③ 2π ④ -2π

17 구면 $x^2 + y^2 + z^2 = 3$에서 함수 $f(x, y, z) = xyz$의 최댓값을 a, 최솟값을 b라 할 때, ab의 값은?

① -4 ② -1
③ 0 ④ 1

18 u, v, w는 $\mathbb{R}^3$의 벡터이고 u는 단위벡터일 때, 보기에서 옳은 것의 개수는?

(가) $u \cdot v = u \cdot w$이고 v, w가 모두 단위벡터이면 $v = w$이다.

(나) $u \times v = u \times w$이고 v, w가 모두 영벡터가 아니면 $v = w$이다.

(다) $u \cdot v = u \cdot w$이고 $u \times v = u \times w$이면 $v = w$이다.

① 0 ② 1
③ 2 ④ 3

가천대학교

19 S가 단위구면 $x^2+y^2+z^2=1$이고 $F(x,y,z)=(x^2\sin y, x\cos y, -xz\sin y)$일 때, $\iint_S F\cdot \mathrm{d}S$의 값은?

① $-\dfrac{3\pi}{2}$ ② $-\pi$

③ $-\dfrac{3\pi}{4}$ ④ 0

20 3×3 행렬 A의 행렬식이 2일 때, 다음 중 행렬식이 가장 큰 행렬은? (단, A^{-1}은 역행렬, A^T는 전치행렬, $\mathrm{adj}\,A$는 수반행렬)

① $2A^{-1}$ ② $(2A)^{-1}$

③ $2A^T$ ④ $2(\mathrm{adj}\,A)$

21 C가 단위원일 때, $\oint_C (-2y)\,\mathrm{d}x + x^2\,\mathrm{d}y$의 값은?

편집 보충: 기존 상세 풀이와 같이 반시계 방향으로 돈다.

① 0 ② π

③ 2π ④ 4π

가천대학교

22 타원면 $4x^2+4y^2+z^2=16$ 안쪽이고 기둥 $x^2+y^2=1$ 바깥쪽인 입체의 부피는?

① $\sqrt{3}\pi$ ② $2\sqrt{3}\pi$

③ $4\sqrt{3}\pi$ ④ $8\sqrt{3}\pi$

23 함수 $f(t)$의 라플라스변환이 $\mathcal{L}(f)=\frac{e^{-\pi s}}{s^2+4}$일 때, $f(5\frac{\pi}{4})$의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$

③ 1 ④ 2

24 $y=y(x)$가 미분방정식 $(1+e^{-y})\sin x\,\mathrm{d}x-(1+\cos x)\,\mathrm{d}y=0$, $y(0)=0$의 해일 때, $y(\frac{\pi}{2})$의 값은?

① $\ln 3$ ② $\ln 2$

③ 0 ④ $-\ln 2$

가천대학교

25 적분 $\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 \frac{2xe^{y^2}}{y^3}\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x$의 값은?

① e

② $\frac{e}{2}$

③ $\frac{1}{2}(e-1)$

④ $\frac{1}{4}(e-1)$