서강대학교

문제편

20문항

한 페이지에 3문항씩 배치했습니다. 17-20번은 원문의 주관식 형식입니다. 보완*: 16번 ㄷ의 정의되지 않는 첫 항을 제외하도록 시작 지수를 2로 명시했습니다.

01 함수 $f(x)=5x+11+\frac{20}{x}$가 $x=a$에서 극댓값을 갖고 $x=b$에서 극솟값을 가질 때, $f(a)-f(b)$의 값은?

① 25
② 30
③ 35
④ 40
⑤ -40

02 좌표평면에서 곡선 $y^2=x^2-x^4$으로 둘러싸인 영역의 넓이는?

① $\frac{3}{4}$
② $\frac{4}{3}$
③ $\frac{3}{2}$
④ $\frac{2}{3}$
⑤ 1

03 멱급수 $x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\ldots+(-1)^{n-1}\frac{x^n}{n}+\ldots$의 수렴구간은?

① $0\le x\le 1$
② $-1<x\le 1$
③ $-1\le x\le 1$
④ $-1\le x<1$
⑤ $-1<x\le 0$

서강대학교

04 3차원 공간 위의 두 원기둥 $x^2+y^2\le 1$, $x^2+z^2\le 1$이 만나는 부분 중 $z\ge 0$인 부분의 부피는?

① 2 ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{9}{4}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ 3

05 함수 $f(x)$가 $[0,\pi]$에서 연속이고 모든 $x\in[0,\pi]$에 대하여 $f(x)+f(\pi-x)=\sin x$를 만족할 때, $\int_0^{\pi} f(x)\,\mathrm{d}x$의 값은?

① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{\pi}{2}$

06 $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x}{2}-x^2+x^3\ln\left(\frac{1+x}{x}\right)\right)$의 값은?

① 1 ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

서강대학교

07 평면 위의 곡선이 다음과 같이 매개변수로 표현되었을 때, 이 곡선의 길이는?

$$x(t)=\int_t^{\infty}\frac{\cos x}{x}\,\mathrm{d}x,\quad y(t)=\int_t^{\infty}\frac{\sin x}{x}\,\mathrm{d}x,\quad 1\le t\le 2.$$

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$
③ $\ln 2$ ④ $\ln 3$
⑤ $\sqrt{5}$

08 오른 직교좌표계 x, y, z를 갖는 벡터장 $\boldsymbol{v}=(yz,3zx,z)$에 대하여 점 $P(1,1,1)$에서 $\boldsymbol{v}$의 회전은?

① $(3,-1,2)$ ② $(3,1,-2)$
③ $(-3,-1,2)$ ④ $(3,-1,-2)$
⑤ $(-3,1,2)$

09 행렬 $A=\begin{pmatrix}1&-1&1\\0&2&0\\0&0&3\end{pmatrix}$에 대하여 A^5의 고윳값의 합은?

① 156 ② 198
③ 235 ④ 269
⑤ 276

서강대학교

10 미분방정식 $y'' + 4y' + 4y = -4x + 4$의 해 $y(x)$가 $y(0) = 4$, $y'(0) = -6$을 만족할 때, $y(2)$의 값은?

① $3e^{-4}$
② $-e^{-4}$
③ $3e^{-4} + 1$
④ 0
⑤ 2

11 선형변환 $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$가 $T(x, y, z, w) = (x + y, z + w, 0)$로 정의되었다. T의 핵에 속하며 $x^2 + y^2 + z^2 + w^2 = 1$에 해당하는 부분을 각각 xy평면과 yz평면으로 사영시킨 집합은?

① $y = -x \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \le x \le \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $y^2 + z^2 = \frac{1}{2}$
② $y = -x \ (-1 \le x \le 1)$, $y^2 + z^2 = 1$
③ $y = x \ (-1 \le x \le 1)$, $y^2 + z^2 = 1$
④ $y = x \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \le x \le \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $y^2 + z^2 = \frac{1}{2}$
⑤ $y = -x \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \le x \le \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $y^2 + z^2 = 1$

12 좌표평면의 원점에서 곡선 $5x^2 + 6xy + 5y^2 - 8 = 0$까지 거리의 최댓값에서 최솟값을 뺀 값은?

① 1
② 2
③ 3
④ 4
⑤ 5

서강대학교

13 평면 위의 선형변환 T가 $T(1,0)=(2,3)$, $T(0,1)=(1,-2)$를 만족한다. 세 점 $A(-1,0)$, $B(1,-1)$, $C(2,3)$이 옮겨간 점을 각각 P, Q, R이라 할 때, 삼각형 PQR의 넓이는?

① $\frac{67}{3}$ ② $\frac{63}{2}$

③ $\frac{91}{3}$ ④ $\frac{98}{3}$

⑤ $\frac{67}{2}$

14 $t \geq 0$에서 정의된 함수 $f(t)$의 라플라스 변환 $F(s)$가 다음과 같이 주어질 때, $f(1)+f(3)+f(4.5)+f(5.5)+f(7)$의 값은?

$$F(s)=\frac{\pi\left(1-e^{-4s}\right)}{s^2+\left(\frac{\pi}{2}\right)^2}+\frac{e^{-5s}}{s}\left(3-3e^{-s}+\frac{e^{-s}}{s}\right).$$

① 1 ② $\frac{5}{2}$

③ 4 ④ $\frac{9}{2}$

⑤ 6

15 좌표평면에서 시작점 $\gamma(0)=(1,1)$과 끝점 $\gamma(1)=(2,2)$를 잇는 제1사분면 위의 단순곡선 γ에 대하여 $\int_{\gamma(0)}^{\gamma(1)}\left(\frac{1+y^2}{x^3}\,\mathrm{d}x-\frac{1+x^2}{x^2}y\,\mathrm{d}y\right)$의 값은?

① 1 ② $-\frac{3}{4}$

③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{9}{8}$

⑤ $-\frac{9}{8}$

서강대학교

16* 다음 급수 ㄱ-ㄷ 중 수렴하는 것만을 고른 것은? (원문 보완*: ㄷ의 시작 지수는 2로 두었습니다.)

ㄱ. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{n!3^n}$

ㄴ. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\sin\left(\frac{1}{n}\right)$

ㄷ. $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln n}$

① ㄱ ② ㄴ

③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ

⑤ ㄴ, ㄷ

17 타원체 $x^2+4y^2+z^2=18$ 위의 점 $P(1,2,1)$에서 타원체의 접평면과 xy평면이 만드는 예각을 θ라 할 때, $\sec(\theta)^2$의 값을 구하시오.

답: _____

18 행렬식의 제곱에 대한 자연로그로 정의된 함수 $f(x)$가 다음과 같을 때, $f'(1)$의 값을 구하시오.

$$f(x)=\ln\left(\left(\det\begin{pmatrix}0&x&x^2&x^3\\x&0&x^3&x^2\\x^2&x^3&0&x\\x^3&x^2&x&0\end{pmatrix}\right)^2\right).$$

답: _____

서강대학교

19 함수 $f(x)$가 $x < \frac{1}{2}$일 때 $f''(x)[f(x)]^3 = -1$을 만족하고 $f(0) = 1$, $f'(0) = -1$일 때, $f(-60)$의 값을 구하시오.

답: _____

20 $\int_0^1 \int_0^{1-x} (y-2x)^2 \sqrt{x+y}\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x = \frac{n}{m}$이고 m, n이 서로소인 자연수일 때, $m+n$의 값을 구하시오.

답: _____