국민대학교

문제편

25문항

01 온도 $T(x,y,z)=\frac{80}{1+x^2+2y^2+3z^2}$일 때, 점 $(1,1,-2)$에서 온도가 가장 빠르게 증가하는 방향의 최대증가율은?

① $\sqrt{41}$
② $\frac{\sqrt{41}}{2}$
③ $5\frac{\sqrt{41}}{4}$
④ $5\frac{\sqrt{41}}{8}$

02 직선 $l: x-4=y-3=-z+1$, $m: x-1=y-2=-z+3$이 있다. m 위의 점 $(1,2,3)$을 지나는 직선 n이 l과 수직으로 만날 때, 두 직선 l, n의 교점은?

① $(8,7,-3)$
② $(4,3,1)$
③ $(2,1,3)$
④ $(6,5,-1)$

03 선형변환 $T:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$가 $T(1,0)=(2,3)$, $T(0,1)=(1,-2)$를 만족한다. 점 $P=(2,3)$, $Q=(-1,0)$, $R=(1,-2)$의 상을 각각 A,B,C라 할 때, 삼각형 ABC의 넓이는?

① 4
② 14
③ 24
④ 42

국민대학교

04 점 $(1, 0, -2)$를 지나고 두 평면 $2x + y - z = 2$, $x - y - z = 3$에 각각 수직인 평면의 방정식은?

① $2x - y + 3z + 4 = 0$
② $2x + y + 3z + 4 = 0$
③ $2x - y - 3z - 8 = 0$
④ $2x + y - 3z - 8 = 0$

05 $0 \le t \le \pi$에서 곡선 $C : r(t) = 3\cosh(2t)e_1 + 3\sinh(2t)e_2 + 6te_3$의 길이는?

① $3\sqrt{2}\sinh(2\pi)$
② $3\sqrt{2}\cosh(2\pi)$
③ $6\sqrt{2}\sinh(2\pi)$
④ $6\sqrt{2}\cosh(2\pi)$

06 연속함수에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

ㄱ. $f(x) = \frac{\ln x + e^x}{x^2 - 1}$는 $(-\infty, -1)$과 $(1, \infty)$에서 연속이다.
ㄴ. $4x^3 - 6x^2 + 3x - 2 = 0$의 해는 1과 2 사이에 존재한다.
ㄷ. $f(x) = \ln(1 + \cos x)$는 $x = (2n - 1)\pi$에서 불연속이다. 단, n은 정수이다.
ㄹ. $f \circ g$가 a에서 연속이려면 반드시 g가 a에서 연속이고, f가 $f(a)$에서 연속이어야 한다.

① ㄱ, ㄴ
② ㄱ, ㄷ
③ ㄴ, ㄷ
④ ㄷ, ㄹ

국민대학교

07 점 $(1,3,0)$에서 $u = e_1 + 2e_2 - e_3$ 방향으로 함수 $f(x,y,z) = x\sin(yz)$의 방향도함수는?

① $\frac{\sqrt{6}}{2}$
② $\sqrt{6}$
③ $-\frac{\sqrt{6}}{2}$
④ $-\sqrt{6}$

08 구면 $S : x^2 + y^2 + z^2 = 1$에서 벡터장 $F = ze_1 + ye_2 + xe_3$의 바깥 방향 플럭스 $\iint_S F \cdot \mathrm{d}S$의 값은?

① $\frac{\pi}{3}$
② $2\frac{\pi}{3}$
③ π
④ $4\frac{\pi}{3}$

09 곡선 $x^2 + y^2 = (2x^2 + 2y^2 - x)^2$ 위의 점 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$에서 접선의 방정식은?

① $y = -x + \frac{1}{2}$
② $y = x + \frac{1}{2}$
③ $y = -\frac{9}{13}x + \frac{1}{2}$
④ $y = \frac{9}{13}x + \frac{1}{2}$

국민대학교

10 점 $(3, 1, -1)$에서 구면 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 위의 가장 가까운 점을 (a, b, c)라 할 때, $a + b + c$의 값은?

① $-6\dfrac{\sqrt{11}}{11}$ ② $-2\dfrac{\sqrt{11}}{11}$

③ $2\dfrac{\sqrt{11}}{11}$ ④ $6\dfrac{\sqrt{11}}{11}$

11 $I = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\,\mathrm{d}x$일 때, I^2의 값은?

① 1 ② π

③ π^2 ④ ∞

12 선형근사를 이용하여 $(8.06)^{\frac{2}{3}}$의 근삿값을 구한 것은?

① 4 ② 4.02

③ 4.07 ④ 4.1

국민대학교

13 $n \times n$ 행렬 A가 역행렬을 가질 때, 다음 중 틀린 것은?
ㄱ. $\det A \neq 0$이다.
ㄴ. $Ax = b$는 $\mathbb{R}^n$의 모든 벡터 b에 대해 두 개 이상의 해를 갖는다.
ㄷ. A의 열벡터들은 일차독립이다.
ㄹ. $\text{rank } A = n$이다.
① ㄱ ② ㄴ
③ ㄷ ④ ㄹ

14 세 정수 a, b, c에 대해 a, b의 최대공약수를 $\gcd(a, b)$라 할 때, 다음 중 틀린 것은?
ㄱ. $\gcd(a, b) = c$이면 $\gcd\left(\frac{a}{c}, \frac{b}{c}\right) > 1$이다.
ㄴ. a, b가 c의 약수이고 $\gcd(a, b) = 1$이면 ab는 c의 약수이다.
ㄷ. a가 bc의 약수이고 $\gcd(a, b) = 1$이면 a는 c의 약수이다.
ㄹ. $ax + by = \gcd(a, b)$를 만족하는 정수 x, y가 존재하면 $\gcd(x, y) = 1$이다.
① ㄱ ② ㄴ
③ ㄷ ④ ㄹ

15 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} (\sin x + \cos x)(\sin(nx) + \cos(nx))\, dx$의 값은?
① 0 ② π
③ 2π ④ 4π

국민대학교

16 부드러운 곡선 $C : r(t),\ a \le t \le b$에 대해 선적분 $\int_C F \cdot \mathrm{d}r$가 경로에 독립인 벡터장을 모두 고르면?

ㄱ. $F = -\frac{y}{x^2+y^2}e_1 + \frac{x}{x^2+y^2}e_2$

ㄴ. $F = e^x \cos y e_1 + e^x \sin y e_2$

ㄷ. $F = \frac{y^2}{1+x^2}e_1 + 2y \arctan x e_2$

ㄹ. $F = (ye^x + \sin y)e_1 + (e^x + x\cos y)e_2$

① ㄱ, ㄷ ② ㄱ, ㄹ

③ ㄴ, ㄷ ④ ㄷ, ㄹ

17 꼭짓점이 $(1,0)$, $(2,0)$, $(0,-2)$, $(0,-1)$인 사다리꼴 영역 R에 대해 $\iint_R e^{\frac{x+y}{x-y}}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$의 값은?

① 0 ② $\frac{1}{2}\left(e - \frac{1}{e}\right)$

③ $\frac{3}{7}\left(e - \frac{1}{e}\right)$ ④ $\frac{3}{4}\left(e - \frac{1}{e}\right)$

18 다음 부정적분의 결과에 $\ln|x+1|$ 항이 있는 것을 모두 고르면?

ㄱ. $\int \frac{2x}{x^2-1}\,\mathrm{d}x$

ㄴ. $\int \frac{x^2+1}{x(x+1)^2}\,\mathrm{d}x$

ㄷ. $\int \frac{2}{x(x+1)(x+2)}\,\mathrm{d}x$

① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ

③ ㄴ, ㄷ ④ ㄱ, ㄴ, ㄷ

국민대학교

19 미분방정식 $y'' + y' - 2y = 4e^{2t}$의 일반해 $y(t)$에 대해 $\lim_{t\to\infty} \frac{y(t)}{e^{2t}}$의 값은?

① 0 ② 1
③ 2 ④ 4

20 극곡선 $r = 2 - 2\sin\theta$의 안쪽이며 $r = -4\sin\theta$의 바깥쪽인 부분의 넓이는?

① π ② 2π
③ 4π ④ 6π

21 $f(x) = x^2 - \arcsin x + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$의 테일러급수가 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$일 때, $2a_2 - 3a_3$의 값은?

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4

국민대학교

22 좌표공간에서 $z = 8 - 3y^2$ 아래와 $z = 4x^2 + y^2$ 위로 둘러싸인 부분의 부피는?

① 2π ② 4π
③ 6π ④ 8π

23 이중적분 $\int_0^2 \int_0^\pi x \sin(xy)\, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y$의 값은?

① $-\pi$ ② 0
③ π ④ 2π

24 $f(x, y) = x^3 + 2x^2 - x(4y - 1) + y^2$의 두 임계점이 (x_1, y_1), (x_2, y_2)일 때, $3y_1y_2$의 값은?

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4

국민대학교

25 $z=f(x,y)$가 연속인 편도함수를 갖고 $x=s-2r$, $y=s+r$일 때, 다음 등식을 만족하는 상수 A, B, C의 곱 ABC는?

$$\frac{\partial z}{\partial s}\frac{\partial z}{\partial r} = A\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 - B\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right) + C\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2.$$

① -2
② 0
③ 2
④ 4